

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)»**
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ



Кафедра гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

**Методические указания к лабораторным работам
по дисциплине
НАДЕЖНОСТЬ, КАЧЕСТВО И ЭРГОНОМИКА АСОИиУ**

Направление подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль, специализация) образовательной программы

«Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Квалификация

бакалавр

Чебоксары
2019

Содержание

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ»	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»	34
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 «ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СТРУКТУРНО РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИ ОБЩЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ С ПОСТОЯННО ВКЛЮЧЕННЫМ РЕЗЕРВОМ»	42
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 «ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СТРУКТУРНО РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИ ОБЩЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ ЗАМЕЩЕНИЕМ.....	52
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5. «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ»	63
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА РЕЗЕРВИРОВАННОЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ».....	70
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7 «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ»	77
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8 «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ИХ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ».....	83
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9 «АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПРОФИЛАКТИКИ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»	98
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10 «ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕННОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»	108

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

№ п./п.	Темы лабораторных занятий	Трудоем- кость, ч.
1	Определение показателей надежности элементов по опытным данным	4
2	Исследование надежности и риска нерезервированной технической системы	4
3	Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании с постоянно вклю- ченным резервом	4
4	Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании замещением	4
5	Исследование надежности и риска восстанавливаемой нерезервированной систем	4
6	Исследование надежности и риска резервированной восстанавливаемой системы	4
7	Исследование надежности информационной восстанав- ливаемой системы	4
8	Исследование надежности технических систем с учетом их физической реализуемости	4
9	Анализ влияния профилактики на надежность техниче- ской системы	2
10	Исследование влияния временного резервирования на надежность технической системы	2

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

«ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ»

1.1. Постановка задачи

Дано:

- N – число элементов, находящихся на испытании;
- t_i – время исправной работы i -го элемента, $i = 1, 2, \dots, n$;
- n – число отказавших элементов за время испытания t .

Определить показатели надежности элемента:

- $\lambda(t)$ – интенсивность отказа как функцию времени;
- $\omega(t)$ – плотность распределения времени исправной работы элемента;
- $f(t)$ – параметр потока отказов как функцию времени.

Эти показатели надежности необходимо определить при следующих двух видах испытания:

- а) с выбрасыванием отказавших элементов;
- б) с заменой новыми или отремонтированными.

В случае (а) число элементов в процессе испытания убывает, в случае (б) — остается постоянным.

Варианты задания приведены далее в разд. 1.5.

1.2. Сведения из теории

В теории надежности под **элементом** понимают элемент, узел, блок, имеющий показатель надежности и входящий в состав системы. Элементы бывают двух видов: невосстанавливаемые (резистор, конденсатор, подшипники и т. п.), и восстанавливаемые или ремонтируемые (генератор тока, колесо автомобиля, телевизор, ЭВМ и т. п.). Отсюда следует, что показателями надежности невосстанавливаемых элементов являются только такие показатели, которые характеризуют надежность техники до ее первого отказа.

Показателями надежности восстанавливаемых элементов являются показатели, которые характеризуют надежность техники не только до первого отказа, но и между отказами.

Показателями надежности невосстанавливаемых элементов являются:

- $P(t)$ – вероятность безотказной работы элемента в течение времени t ;
- T_1 – среднее время безотказной работы (наработка до отказа);
- $\omega(t)$ — плотность распределения времени до отказа;
- $\lambda(t)$ — интенсивность отказа в момент t .

Между этими показателями существуют следующие зависимости:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.1)$$

$$\omega(t) = -P'(t), \quad P(t) = \int_t^\infty \omega(t) dt, \quad (1.2)$$

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{P(t)}, \quad (1.3)$$

$$T_1 = \int_0^\infty P(t) dt \quad (1.4)$$

Интенсивность отказа многих элементов, особенно элементов электроники, является величиной постоянной: $\lambda(t) = \lambda$. В этом случае зависимости между показателями надежности имеют вид:

$$\begin{aligned}
P(t) &= e^{-\lambda t}, \\
T_1 &= \frac{1}{\lambda}, \\
\omega(t) &= \lambda e^{-\lambda t} \\
\lambda(t) &= \lambda = \text{const}.
\end{aligned}$$

Показателями надежности восстанавливаемых элементов являются:

- $\omega(t)$ – параметр потока отказов в момент времени t ;
- T – среднее время работы между отказами (наработка на отказ).

Показателями надежности восстанавливаемых элементов могут быть также показатели надежности невозстанавливаемых элементов. Это имеет место в тех случаях, когда система, в состав которой входит элемент, является неремонтируемой по условиям ее работы (необитаемый космический аппарат, аппаратура, работающая в агрессивных средах, самолет в процессе полета, отсутствие запчастей для ремонта и т. п.). Между показателями надежности невозстанавливаемых и восстанавливаемых элементов имеют место следующие зависимости:

$$f(t) = \omega(t) + \int_0^t f(\tau)\omega(t-\tau)d\tau, \quad (1.5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \frac{1}{T_1}. \quad (1.6)$$

Из выражений для показателей надежности невозстанавливаемых и восстанавливаемых элементов можно сделать следующий важный вывод: основным показателем надежности элементов сложных систем является интенсивность отказов $\lambda(t)$. Это объясняется следующими обстоятельствами:

- надежность многих элементов можно оценить одним числом, т. к. их интенсивность отказа — величина постоянная;
- по известной интенсивности $\lambda(t)$ наиболее просто оценить остальные показатели надежности элементов и сложных систем;
- $\lambda(t)$ обладает хорошей наглядностью;
- интенсивность отказов нетрудно получить экспериментально.

Следует, однако, иметь в виду, что плотность распределения наиболее полно характеризует случайное явление — время до отказа. Остальные показатели, в том числе и $\lambda(t)$, лишь в совокупности позволяют достаточно полно оценить надежность сложной системы.

Основным способом определения показателей надежности элементов сложных систем является обработка статистических данных об их отказах в процессе эксплуатации систем или при испытаниях в лабораторных условиях. При этом возможны следующие два случая:

- отказавшие элементы в процессе испытания или эксплуатации системы новыми не заменяются (испытания без восстановления);
- отказавший элемент заменяется новым того же типа (испытания с восстановлением).

В процессе эксплуатации системы или при испытаниях в лабораторных условиях фиксируется дата возникновения отказа. По этим данным путем статистической обработки и определяются показатели надежности элементов.

Как следует из определений показателей надежности невозстанавливаемого элемента, все они могут быть вычислены, если известен закон распределения времени работы элемента до отказа в виде плотности $\omega(t)$. Если элемент может ремонтироваться, то все показатели надежности выражаются через закон распределения времени безотказной работы $\omega(t)$.

Поэтому важным обстоятельством является умение находить $\omega(t)$ с помощью проведения и обработки результатов эксперимента.

Предположим, что в результате проведения испытаний над N элементами в течение времени T получены некоторые статистические данные о распределении количества отказавших элементов. Возможны три способа регистрации отказов элементов.

- Первый способ регистрации.

Элементы, поставленные на испытания, являются невосстанавливаемыми. При возникновении отказа некоторого элемента фиксируется момент времени его отказа.

В результате испытаний статистической информацией является последовательность $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N$ моментов времени отказа элементов (рис. 1.1).

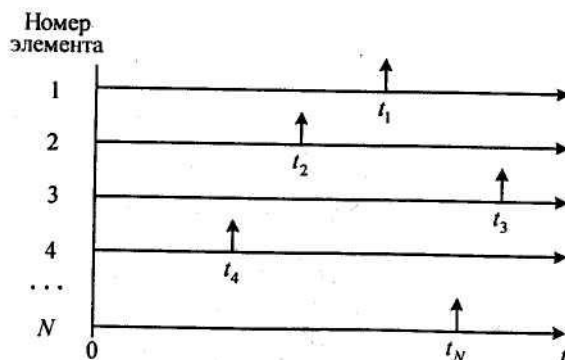


Рис. 1.1. Временная диаграмма моментов отказов невосстанавливаемых элементов

- Второй способ регистрации

Элементы, поставленные на испытания, являются восстанавливаемыми. После отказа какого-либо элемента он заменяется новым. В результате испытаний исходной статистической информацией является последовательность моментов времени отказов i -го элемента $t_{i,j}$ ($j = 1, 2, \dots$, и $j = 1, 2, \dots, N$) в течение периода наблюдений T (рис. 1.2). Реализациями наработок элемента в этом случае служат разности $\tau_{i,j}$, $t_{i,j} - t_{i,j-1}$ предполагается, что $t_{i,0} = 0$).

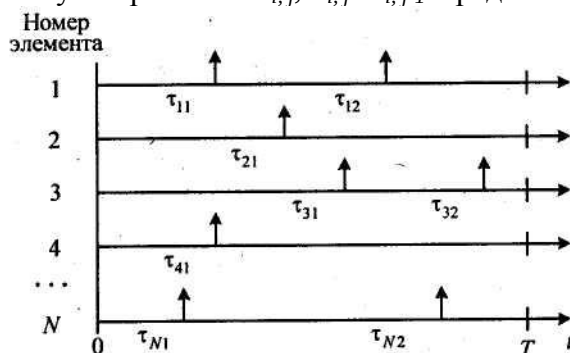


Рис. 1.2. Временная диаграмма моментов отказов восстанавливаемых элементов с известными номерами

Второй способ регистрации отказов, очевидно, сводится к первому, если фиксируются номера отказавших элементов. В качестве статистических данных берется совокупность разностей $\tau_{i,j}$, представляющих собой времена работы элементов до первого отказа.

- Третий способ регистрации

Элементы, поставленные на испытания, являются восстанавливаемыми. После отказа какого-либо элемента он заменяется новым, однако не известен номер отказавшего элемента. В результате испытаний исходной статистической информацией является последовательность $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$ моментов отказов элементов, где n — число отказавших элементов. Таким образом, в отличие от второго способа, здесь регистрируются моменты отказов элементов без указания их номеров.

Рассмотрим статистические определения показателей надежности элемента. Соответствующий статистический аналог показателя надежности будем обозначать тем же символом, что и раньше, но со знаком (^) сверху.

Невосстанавливаемые элементы

Исходными статистическими данными является время работы элементов первого отказа: $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N$. Тогда среднее время работы элемента до отказа равно среднему арифметическому времени t_i , т. е

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i.$$

Обозначим через $v(t)$ число элементов, для которых отказ произошел позднее момента времени t . Тогда вероятность отказа элемента равна

$$\hat{Q}(t) = \frac{v(t)}{N},$$

а вероятность безотказной работы —

$$\hat{P}(t) = 1 - \hat{Q}(t),$$

Пусть последовательность $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N$ получена упорядочением исходной последовательности. Функция $\hat{Q}(t)$ представляет собой эмпирическую функцию распределения, и если все $t_{(i)}$ различны, то

$$\hat{Q}(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_{(1)} \\ i / N, & \text{при } t_{(1)} \leq t < t_{(i+1)} \\ 1, & \text{при } t \geq t_{(N)} \end{cases}$$

Величина всех скачков равна $1/N$, а типичный график функции $\hat{Q}(t)$ приведен на рис. 1.3.

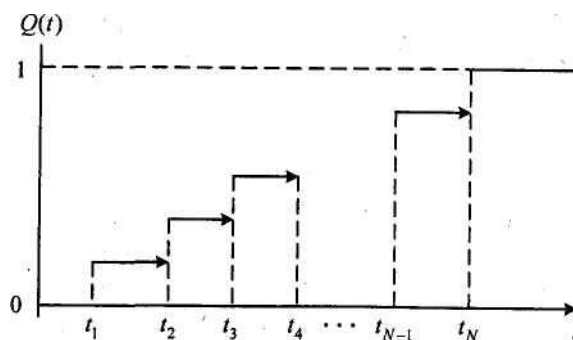


Рис. 1.3. График статистической вероятности отказа элемента

Другим наглядным способом представления статистических данных является *гистограмма*. Область значений $[t_{(1)}; t_{(N)}]$ разбивается на равные интервалы $\Delta_i = 1, 2, \dots, k$ длины $h = \frac{R}{k}$, где $R = t_{(N)} - t_{(1)}$, и называется размахом выборки. Гистограмма представляет собой примыкающие друг к другу прямоугольники, основанием которых являются указанные интервалы, а высоты равны плотностям относительных частот $\frac{N_i}{N_h}$, где N_i — число выборочных значений, попавших в данный интервал (рис. 1.4). Гистограмма является статистической плотностью распределения времени работы до отказа. Для оценки плотности иногда используется также *полигон* относительных частот, который представляет собой ломаную ли-

нию, построенную по точкам, абсциссами которых являются середины интервалов $\Delta t_i = 1, 2, \dots, k$, а ординаты соответствуют плотностям $\frac{N_i}{N_h}$ (рис. 1.4).

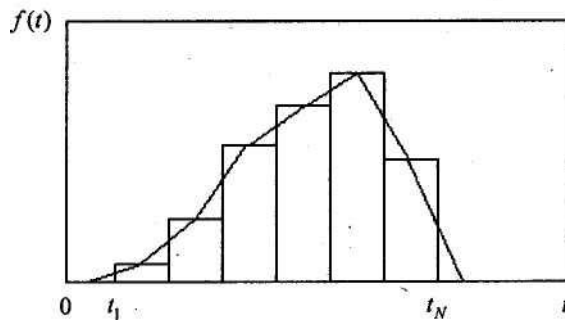


Рис. 1.4. График статистической плотности распределения в виде гистограммы и полигона частот

Интенсивность отказа элемента рассчитывается как отношение плотности распределения к вероятности безотказной работы.

Восстанавливаемые элементы

Исходными статистическими данными являются моменты времени отказов элементов: $t_x, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$, где n – число отказавших элементов, N – общее число элементов, участвующих в испытаниях. Информация об отказах элементов может быть представлена в виде табл. 1.1. Весь период испытаний разбивается на интервалы времени определенной длины, и подсчитывается количество отказавших элементов на каждом интервале.

Таблица 1.1. Таблица отказов элементов

Δt	Δt_1	Δt_2	...	Δt_k
Δn	Δn_i	Δn_i	...	Δn_k

Табличные данные означают, что на интервале времени Δt , было зафиксировано точно Δn , отказов элементов, $t = 1, 2, \dots, k$. Тогда имеет место следующее статистическое определение параметра потока отказов элемента:

$$\hat{\omega}(t) = \frac{\Delta n_i}{N \Delta t_i}$$

Для всех t , принадлежащих i - интервалу времени:

$$\Delta t_1 + \dots + \Delta t_{i-1} < t \leq \Delta t_1 + \dots + \Delta t_{i-1} + \Delta t_i.$$

Определение плотности распределения $f(t)$ путем решения интегрального уравнения (1.5) связано с некоторыми трудностями, которые вызваны скачкообразным изменением параметра потока отказов. Один из возможных подходов к определению функции $f(t)$ состоит в следующем. Найдем функцию $f(t)$ в виде кусочно-постоянной функции

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_k, & \text{если } a_{k-1} < t \leq a_k, k=1, 2, \dots, n; \\ 0, & \text{если } t = a_n \end{cases}$$

Здесь $a_0 = 0$, $a_n = T$, ω_k – искомые величины, которые можно определить из условия выполнения уравнения (1.5) в среднем по интегральной метрике

$$\int_0^T \left(\hat{\omega}(t) - f(t) - \int_0^t f(\tau) \hat{\omega}(t-\tau) d\tau \right)^2 dt \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\int_0^T f(t)dt = 1, f(t) \geq 0$$

1.3. Пример выполнения лабораторной работы

Постановка задачи

Требуется определить показатели надежности элемента без восстановления и с восстановлением соответственно для двух вариантов исходных данных:

1. Первый набор исходных данных

На испытания поставлено $N = 100$ элементов. Моменты отказов элементов представлены в табл. 1. Все элементы работают до своего отказа и после отказа не ремонтируются. Требуется определить статистические и теоретические показатели надежности элемента: T_1 , $P(t)$, $Q(t)$, $\omega(t)$.

Таблица 1. Моменты отказов элементов, в часах

120	221	151	212	445	575	411	415	152	750
123	130	235	875	147	316	613	745	251	319
120	145	120	309	432	243	649	158	344	789
247	197	623	254	655	723	696	267	997	326
128	130	158	462	346	294	120	30	165	215
232	186	938	146	518	248	177	848	127	198
239	450	216	559	239	560	263	144	139	261
378	289	768	310	413	351	141	292	319	969
56	877	357	265	796	584	243	394	614	146
422	255	360	360	824	114	242	396	166	224

2. Второй набор исходных данных

На испытаниях находится $N = 10$ элементов. В течение периода $T = 700$ час. регистрируются моменты времени отказов элементов (табл. 2). Предполагается, что отказавшие элементы заменяют идентичными по надежности элементами. Требуется определить показатели надежности элемента, характеризующие время его работы между соседними отказами: T_2 , $\omega(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$.

Обработка статистических данных предусматривает их группировку в 10 частичных интервалах (классах). Уровень значимости принять равным 0,05.

Таблица 2. Моменты времени отказов элементов

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	204; 221; 345; 376; 537; 697
2	2; 39; 71; 104; 118; 213; 544; 596; 608; 657
3	138; 314; 387; 467; 471; 556; 699
4	8; 11; 52; 94; 192; 476; 491; 527; 655
5	106; 168; 325; 360; 690
6	192; 207; 217; 362; 426
7	225; 440; 618; 657; 667
8	371; 420; 500
9	85; 371; 568; 579; 611; 625; 663
10	80; 111; 152; 162; 369; 394; 462; 551

1.3.1. Последовательность выполнения работы с использованием программы StatGraphics

Статистический графический пакет StatGraphics (Statistical Graphics System) предназначен для статистического анализа и обработки данных на персональном компьютере. Он является наиболее полной интегрированной статической и графической системой, объединяющей профессиональные методы обработки больших объемов данных, качественную графику и дружелюбный пользовательский интерфейс. StatGraphics позволяет выполнять статический анализ экспериментальных данных, полученных в результате исследования сложных стохастических (вероятностных) систем.

Для определения показателей надежности для двух вариантов исходных данных необходимо выполнить последовательность действий:

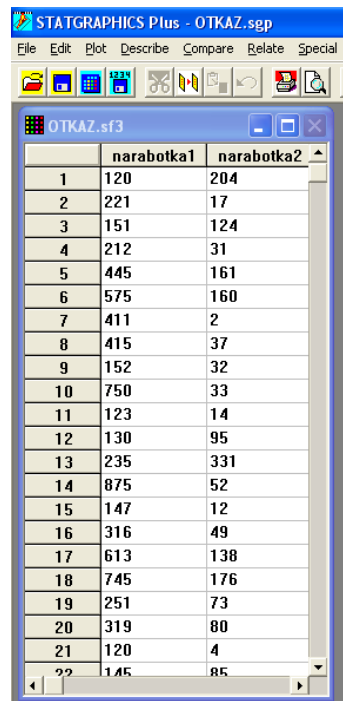
1. *Подготовка исходных данных к статистической обработке для двух наборов одновременно.* С этой целью запускаем StatGraphics Plus, создадим две переменные (2 столбца) с именами parabolka1 и parabolka2, сохраним их в файле с именем ОТКАЗ.

В переменную (столбец) parabolka1 поместим первый набор исходных данных непосредственно из табл. 1. Для исходных данных, содержащихся в табл. 2, вычислим разности между последующими и предыдущими значениями моментов времени отказов каждого элемента, в результате чего получим набор чисел, приведенный в табл. 3.

Таблица 3. Время между отказами элементов

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	204; 17;124;31;161;160
2	2;37;32;33;14;95;331;52;12;49
3	138; 176;73;80;4;85;143
4	8; 3;41;42;98;284;15;36;128
5	106; 62;157;35;330
6	192; 15;10;145;64
7	225;215;178;39;10
8	371; 49;80
9	85; 286;197;11;32;14;38
10	80; 31;41;10;207;25;68;89

Полученные разности из табл. 3 поместим в переменную (столбец) parabolka2. На экране компьютера получается следующая заставка:

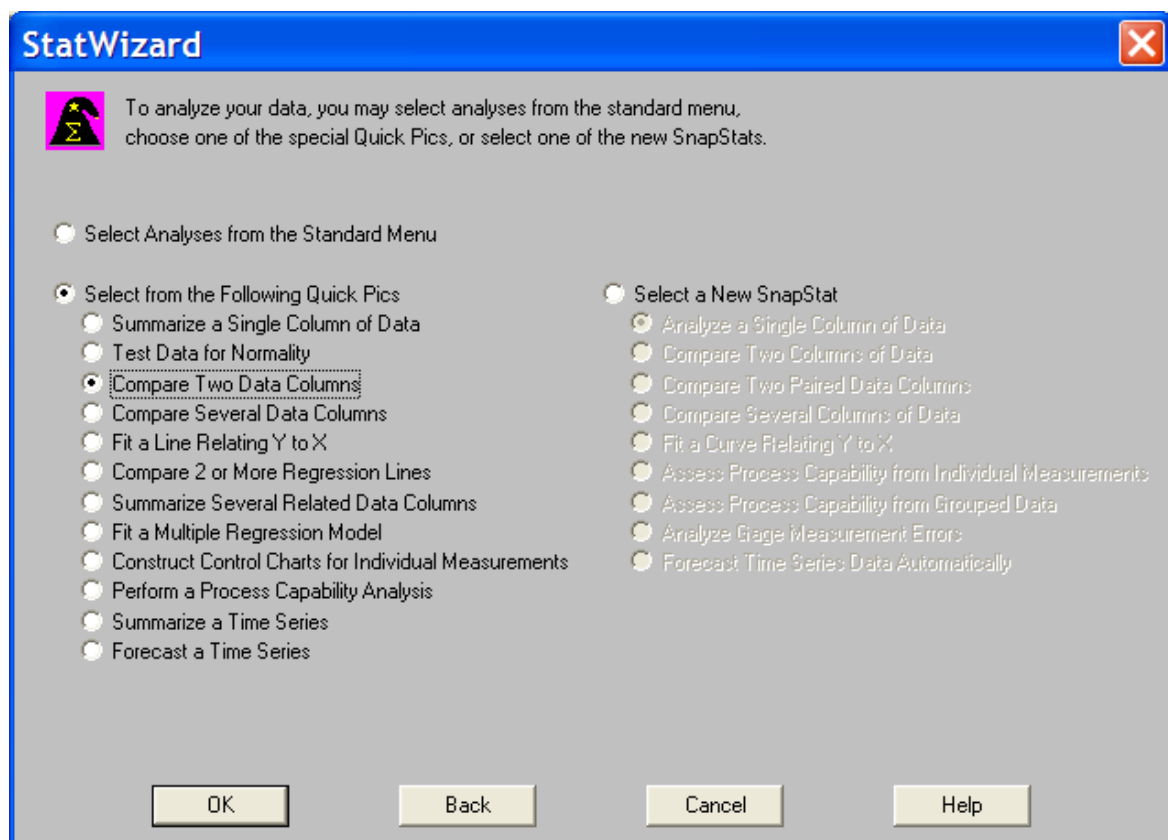


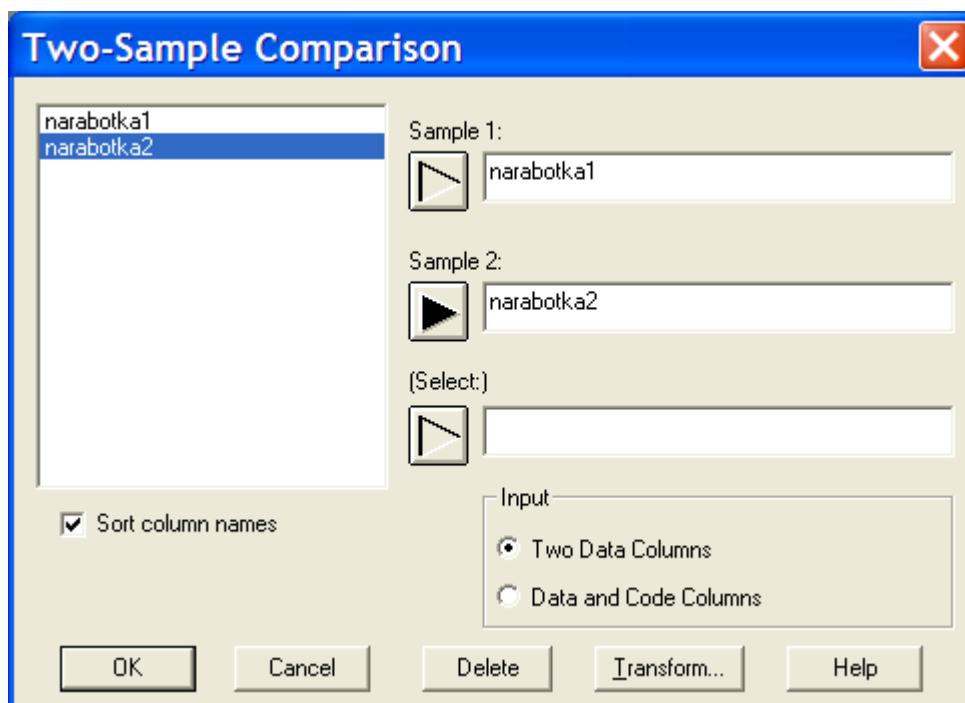
	narabotka1	narabotka2
1	120	204
2	221	17
3	151	124
4	212	31
5	445	161
6	575	160
7	411	2
8	415	37
9	152	32
10	750	33
11	123	14
12	130	95
13	235	331
14	875	52
15	147	12
16	316	49
17	613	138
18	745	176
19	251	73
20	319	80
21	120	4
22	145	85

Длины переменных narabotka1 и narabotka2 соответственно равны 100 и 65, что соответствует количеству чисел в табл. 1 и 3.

2. *Определение статистических показателей для каждого набора данных, содержащихся в переменных OTKAZ.narabotka1 и OTKAZ.narabotka2.*

Нажатие кнопки StatWizard  получим:





Это приведет к расчету требуемых характеристики и выводу их на экран в следующем виде:

Summary Statistics		
	narabotka1	narabotka2
Count	100	65
Average	361,61	95,4615
Variance	56297,7	8290,63
Standard deviation	237,271	91,0529
Minimum	30,0	2,0
Maximum	997,0	371,0
Range	967,0	369,0
Std. skewness	4,23103	4,14834
Std. kurtosis	0,214563	1,61519

The StatAdvisor	
This table shows summary statistics for the two samples of data. Other tabular options within this analysis can be used to test whether differences between the statistics from the two samples are statistically significant. Of particular interest here are the standardized skewness and standardized kurtosis, which can be used to determine whether the samples come from normal distributions. Values of these statistics outside the range of -2 to +2 indicate significant departures from normality, which would tend to invalidate the tests which compare the standard deviations. In this case, both samples have standardized skewness values outside the normal range. Both standardized kurtosis values are within the range expected.	

	Narabotka1	Narabotka2
Размер выборки	100	65
Среднее значение	361,61	95,4615

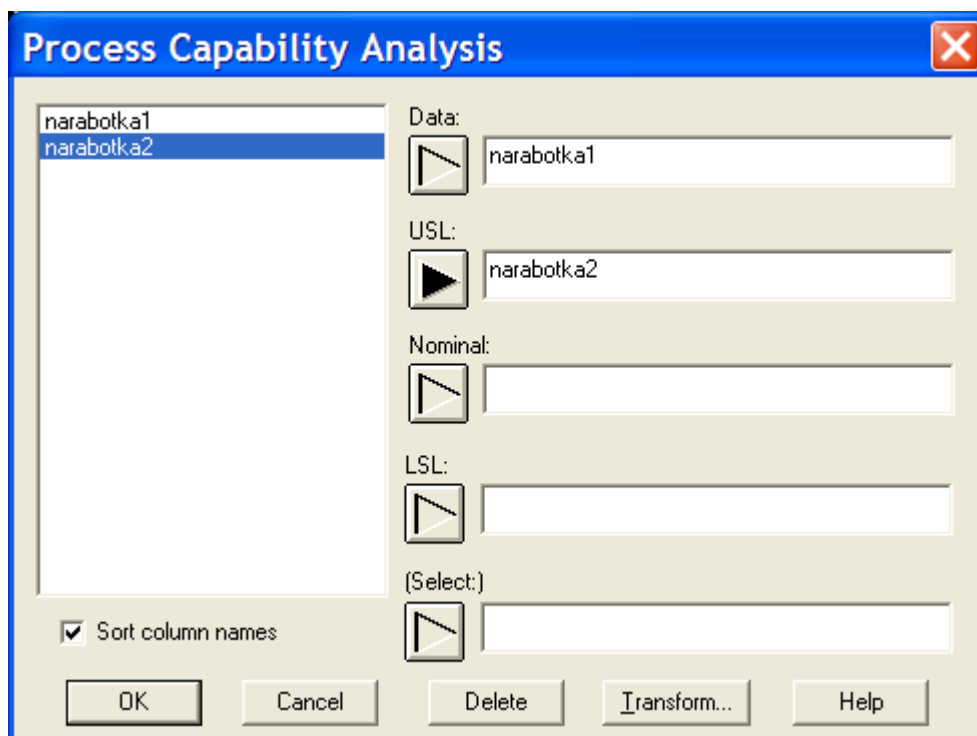
Стандартное отклонение	237,271	91,0529
Минимум	30	2
Максимум	997	371
Размах	967	369

Отсюда следует, что для первого набора исходных данных средняя наработка до первого отказа приблизительно равна $T_1=362$ часа, а для второго набора средняя наработка на отказ равна $T_2 = 95$ часов. В первом случае распределение времени работы элемента между отказами явно отличается от экспоненциального, т. к. стандартное отклонение $s_1= 237$ существенно отличается от средней наработки на отказ. Во втором случае стандартное отклонение $s_2=91$ достаточно близко к средней наработке до отказа, что свидетельствует о возможной близости распределения к экспоненциальному.

Видим также, что для первого набора данных все реализации случайной наработки до отказа находятся в интервале $[30; 997]$, и размах выборки равен 967 часов. Для второго набора данных все выборочные значения содержатся в интервале $[2; 371]$ длиной 369 часов.

Определение показателей надежности неремонтируемого элемента

Нажатием кнопки Capability Analysis 



Заполним поля Data и USL. В Analysis Options контекстного меню выберем пункт Gamma получим гистограмму частот и выравнивающую ее **функции** плотности Гамма-распределения (рис. 1.5).

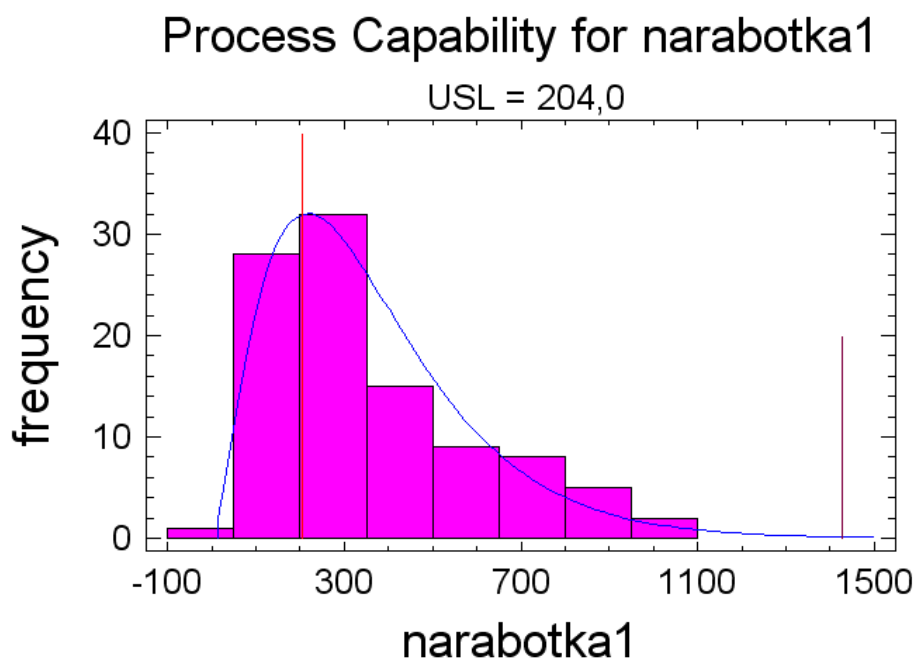
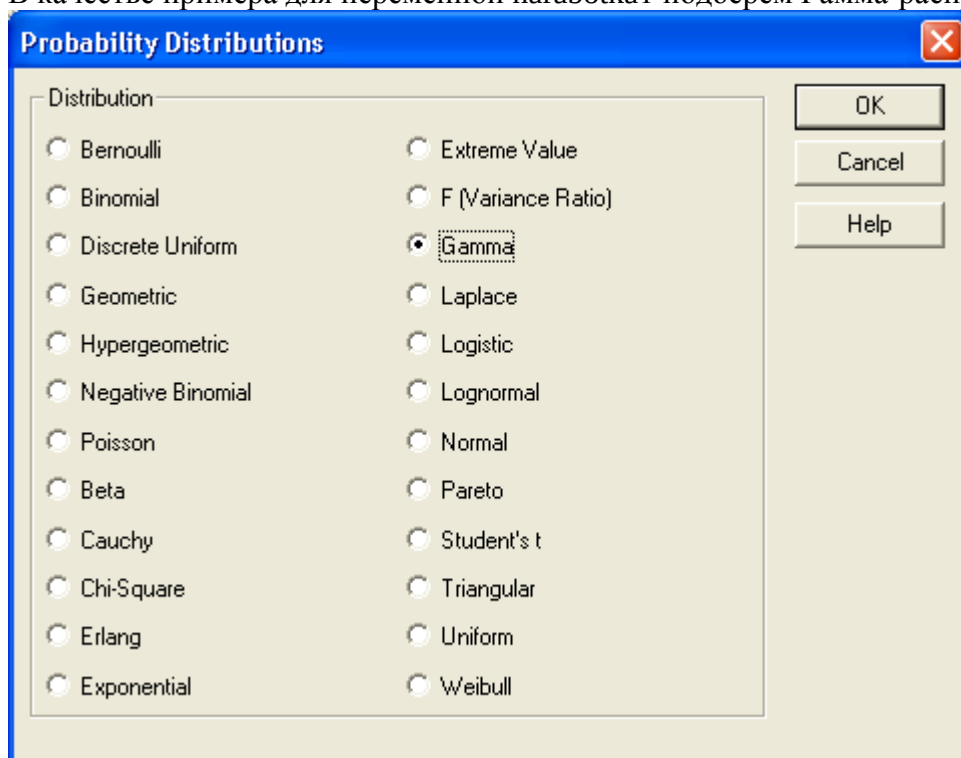


Рис. 1.5. Подбор плотности распределения к гистограмме частот

Уровень значимости для Гамма-распределения равен 0,728906. Так как это значение больше требуемого 0,05, то Гамма-распределение согласуется с экспериментальными данными.

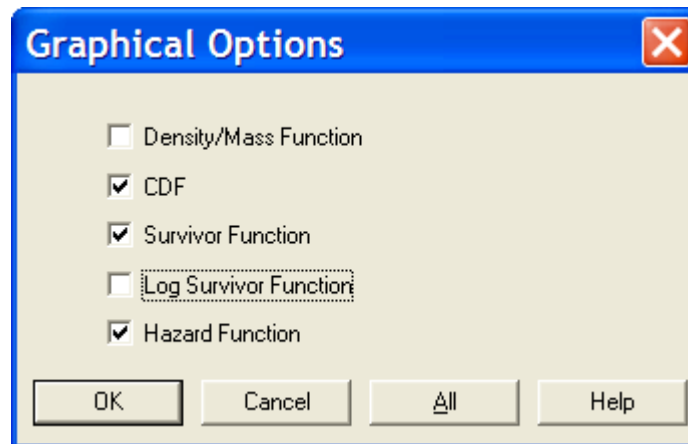
В пункте меню Describe\Distributions\Probability Distributions построим графики требуемых показателей надежности в соответствии с рассчитанными ранее параметрами.

В качестве примера для переменной narabotka1 подберем Гамма-распределение.



Выберем пункт Gamma.

В окне Probability Distributions раскроем вспомогательное меню Graphical Options и отметим соответствующие пункты:



Пункты вспомогательного меню означают следующее:

Density function — плотность распределения $w(t)$;

Cumulative d.f. — функция распределения $Q(t)$;

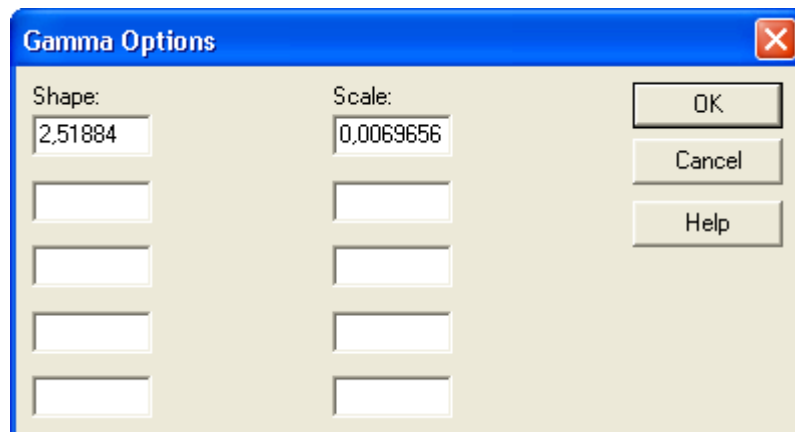
Survivor function — вероятность безотказной работы $P(t)$;

Log survivor function — логарифм вероятности безотказной работы;

Hazard function — интенсивность отказов $\lambda(t)$.

В результате выбора того или иного пункта меню получим графики, изображенные на рис. 1.6—1.8.

В Analysis Options контекстного меню введем значение Shape и Scale.



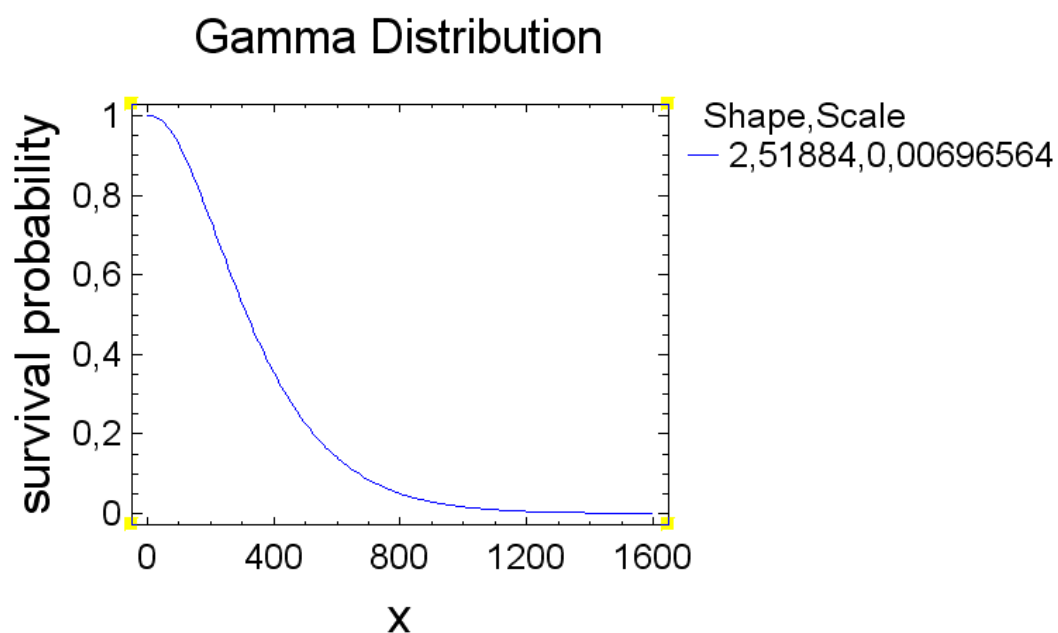


Рис. 1.6. Вероятность безотказной работы элемента $P(t)$

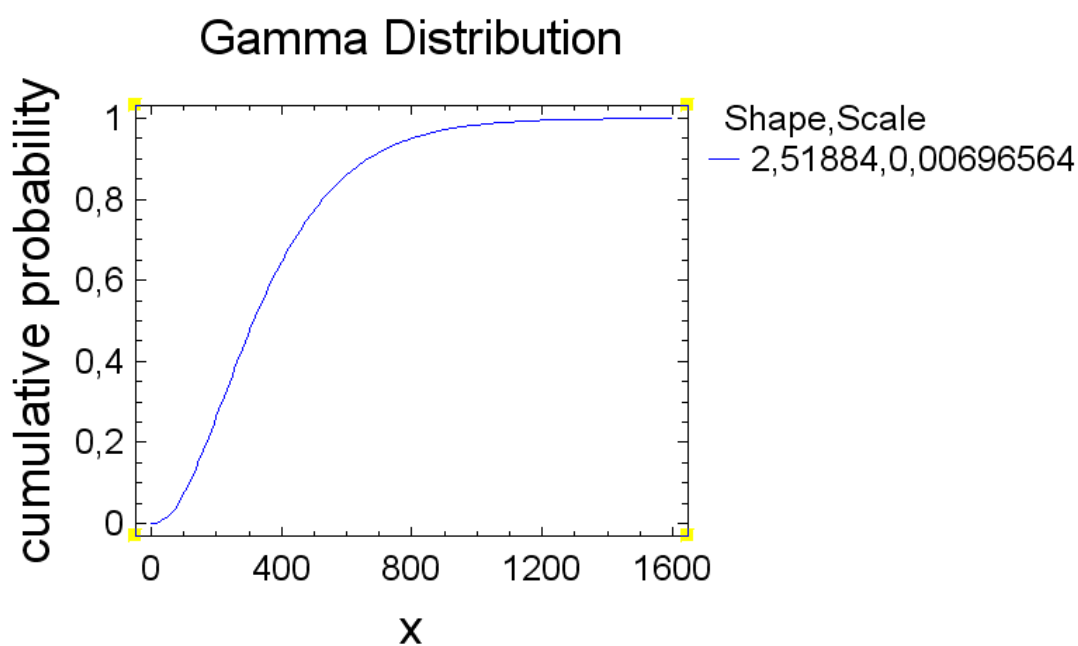


Рис. 1.7. Вероятность отказа элемента $Q(t)$

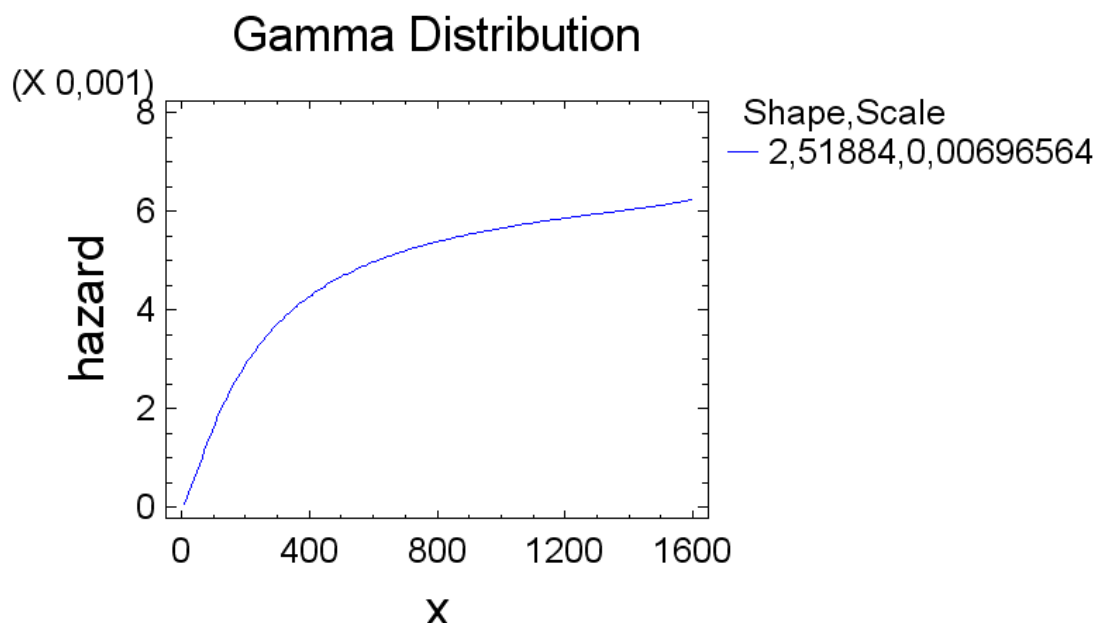


Рис. 1.8. Интенсивность отказов элемента $\lambda(t)$

Определение показателей надежности ремонтируемого элемента

В окне Probability Distributions раскроем вспомогательное меню Graphical Options, произведем перебор 5 различных распределений и выберем наиболее подходящее по уровню значимости. В качестве примера рассмотрим экспоненциальное распределение.

Гистограмма по наработкам2 и соответствующая кривая экспоненциального распределения приведены на рис. 1.9. Уровень значимости для экспоненциального распределения равен 0,284492, что больше заданного уровня значимости, равного 0,05. Следовательно, экспоненциальное распределение не противоречит опытным данным.

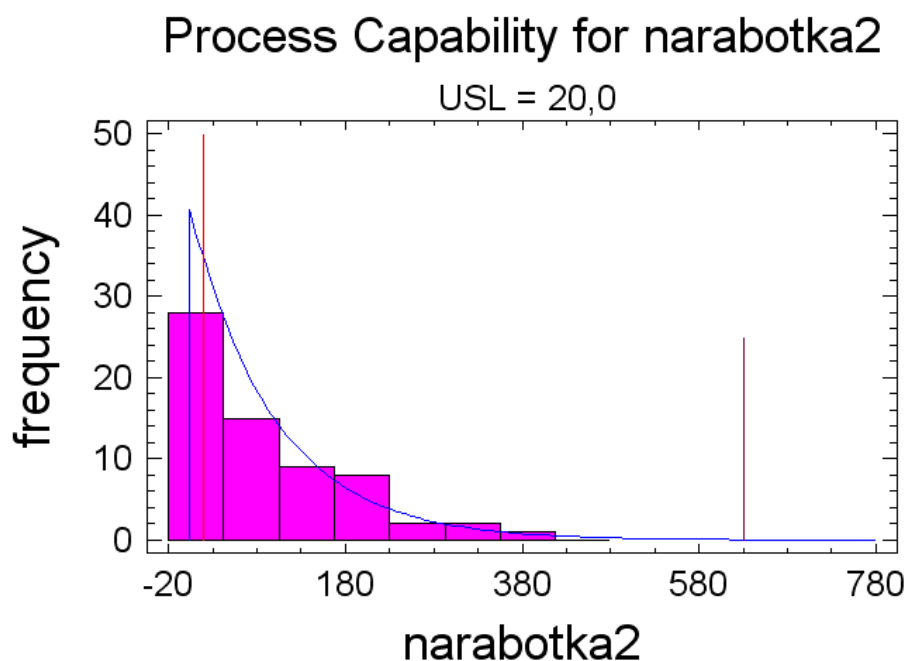
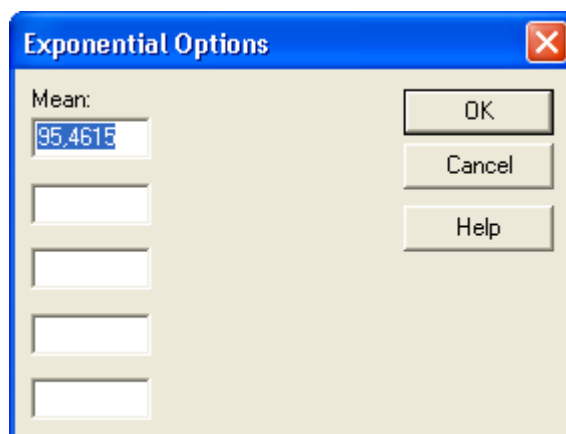


Рис. 1.9. Подбор плотности распределения $w(t)$ к гистограмме частот

В пункт Analysis Options контекстного меню введем следующие параметры экспоненциального распределения: среднее отклонение = 95.4615



В соответствии с указанными параметрами в пункте меню Describe\Distributions\Probability Distributions строятся графики требуемых показателей надежности.

На рис. 1.10. и 1.11 изображены графики функций распределения и интенсивности отказов соответственно.

Средняя наработка на отказ равна $T = 95,4615$ час.

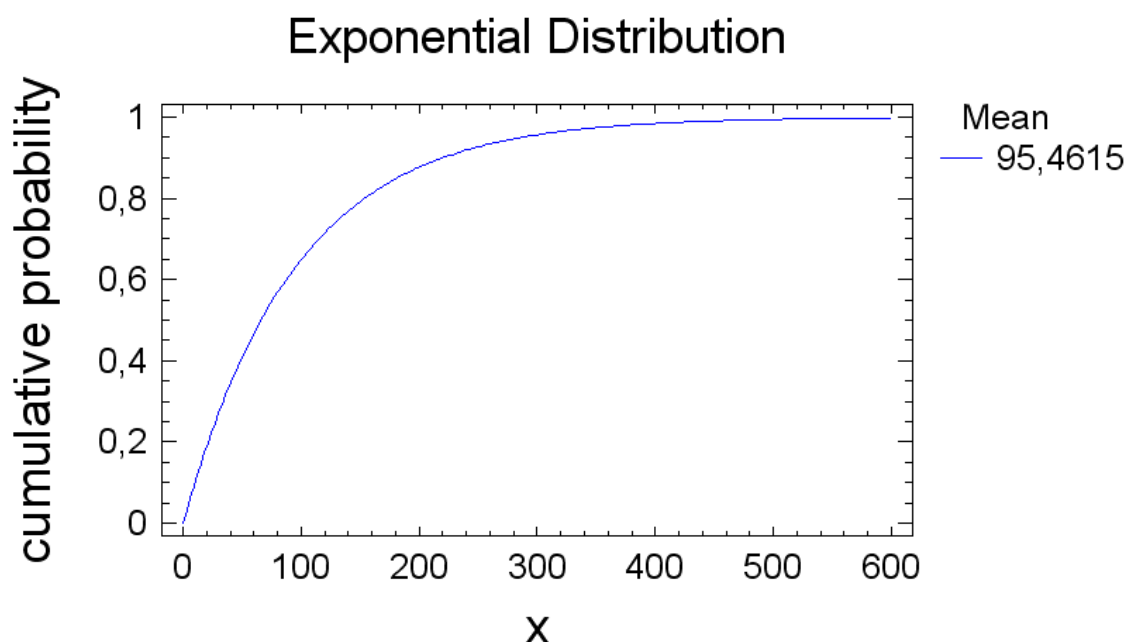


Рис. 1.10. Функция распределения времени работы элемента между отказами $F(t)$

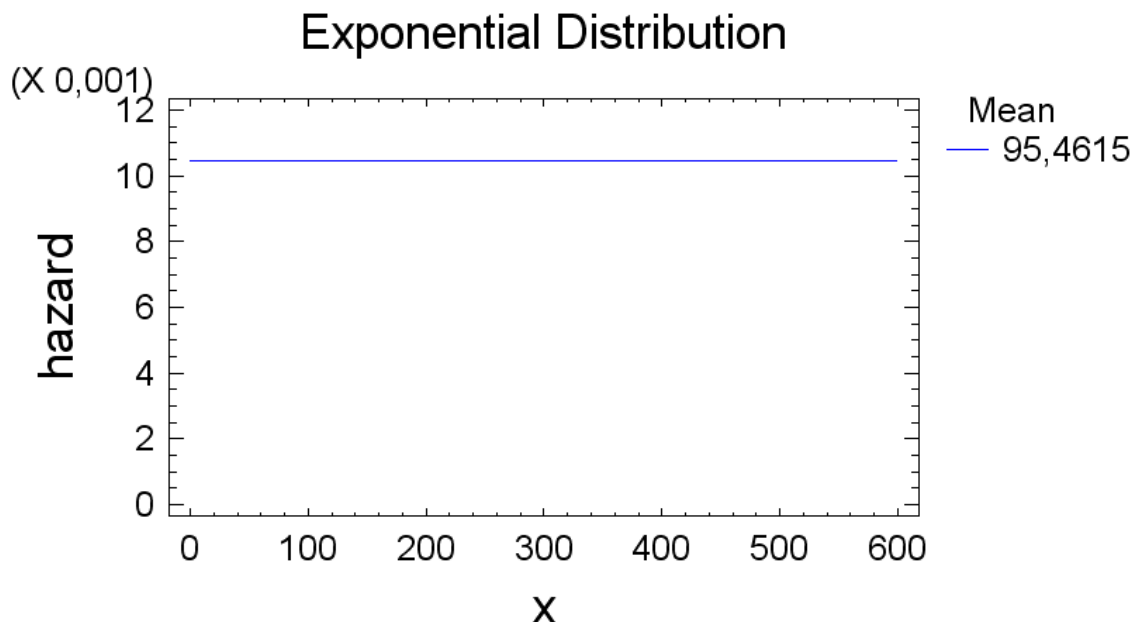


Рис. 1.11. Интенсивность отказов элемента $\lambda(t)$

Обработка статистических данных

Размах варьирования:

$$h = t_{\max} - t_{\min} = 997 - 30 = 967$$

Разобьем размах варьирования на k интервалов:

$$k < 1 + 3.3 \lg N,$$

$$5 < k < 20, \text{ где } N\text{-число элементов выборки. } N=100$$

$$k = 1 + 3.3 \lg 100 = 7$$

Длина интервала:

$$\Delta h = \frac{h}{k} = \frac{967}{7} = 138,14$$

Количество отказов выборки, попавших в i -ый интервал:

$$[30;168) : n_1 = 24;$$

$$[168;306) : n_2 = 29;$$

$$[306;444) : n_3 = 20;$$

$$[444;582) : n_4 = 7;$$

$$[582;720) : n_5 = 7;$$

$$[720;858] : n_6 = 8;$$

$$(858;997] : n_7 = 5;$$

Все интервалы удовлетворяют условию $n \geq 5$, следовательно, объединение интервалов не требуется.

$$W_i = \frac{n_i}{N}$$

$$W_1 = 0,24; W_2 = 0,29; W_3 = 0,2; W_4 = 0,07; W_5 = 0,07; W_6 = 0,08; W_7 = 0,05.$$

Плотность распределения наработки до отказа:

$$\omega_i(t) = \frac{W_i}{\Delta h} = \frac{W_i}{138,14}$$

$$\omega_1(t) = 0.001737;$$

$$\omega_2(t) = 0.002099;$$

$$\omega_3(t) = 0.001448;$$

$$\omega_4(t) = 0.000507;$$

$$\omega_5(t) = 0.000507;$$

$$\omega_6(t) = 0.005791;$$

$$\omega_7(t) = 0.000362.$$

Интенсивность отказа в момент t:

$$\lambda_i^*(t) = \frac{n_i}{(N - n_{i-1}) \cdot \Delta h}$$

$$\lambda_2^*(t) = \frac{29}{(100 - 24) \cdot 138,14} = 0,0027622;$$

$$\lambda_3^*(t) = \frac{20}{(100 - 29) \cdot 138,14} = 0,0020391;$$

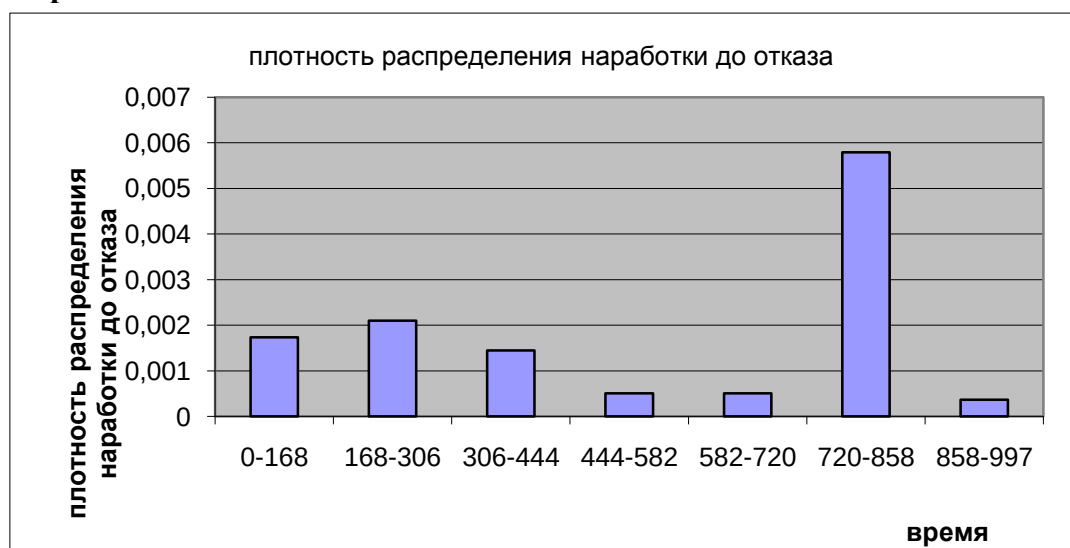
$$\lambda_4^*(t) = \frac{7}{(100 - 20) \cdot 138,14} = 0,0006334;$$

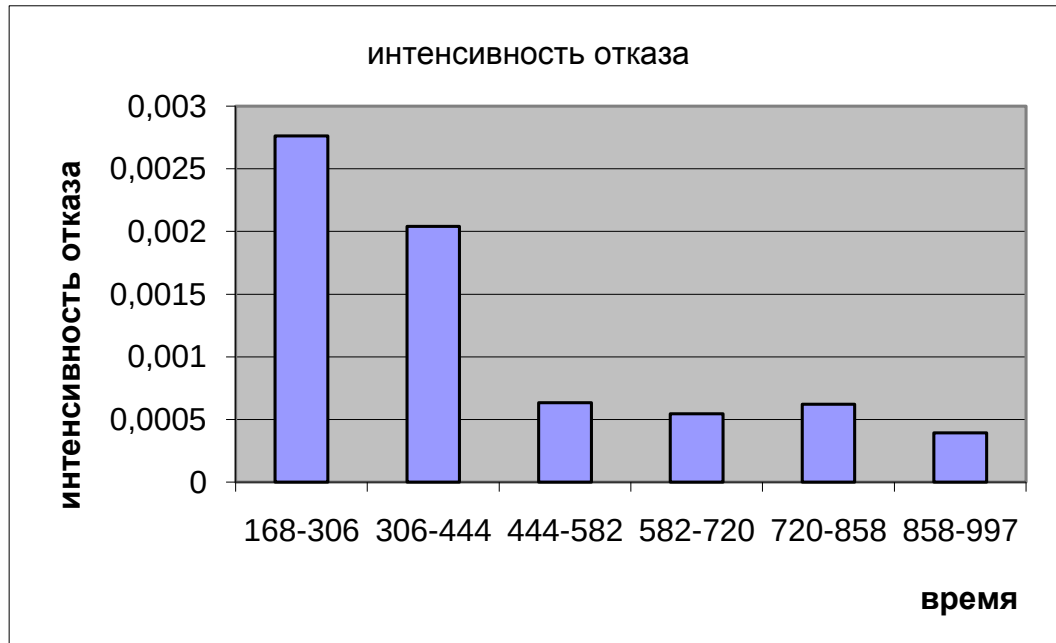
$$\lambda_5^*(t) = \frac{7}{(100 - 7) \cdot 138,14} = 0,0005449;$$

$$\lambda_6^*(t) = \frac{8}{(100 - 7) \cdot 138,14} = 0,0006227;$$

$$\lambda_7^*(t) = \frac{5}{(100 - 8) \cdot 138,14} = 0,0003934.$$

Гистограммы:





1.4. Форма отчета

По результатам выполненной работы представляется отчет, в котором должны содержаться следующие пункты:

1. Постановка задачи с конкретным содержанием, сформулированным для своего варианта. Исходные данные должны быть представлены в виде таблиц. 1.2 и 1.3.
2. Данные второго набора представляются в виде таблицы 1.4.
3. Статистические данные разбить вручную на группы и построить гистограммы без применения программы StatGraphics.
4. Выполнить задания в программе StatGraphics. Для этого необходимо указать имя файла и имена переменных, в которых содержатся «экспериментальные» данные, привести формулы для расчета требуемых статистических показателей, числовые значения и смысл этих показателей, предоставить результаты группировки данных в виде таблицы распределения частот, привести гистограммы частот, полученных в StatGraphics.
5. перебор пяти распределений, включая заданное, и выбор среди них наиболее подходящего к «экспериментальным» данным по критерию χ^2 – квадрат, графическое изображение гистограммы и всех рассмотренных кривых распределений.
6. Выводы по результатам исследований.

В работе следует указать названия процедур StatGraphics, используемых при выполнении каждого пункта.

1.5. Варианты заданий

Дано:

- Два набора исходных данных об отказах элементов.
- N – число элементов в каждом наборе.
- Закон распределения времени до отказа в первом варианте.
- Закон распределения времени между отказами во втором варианте.
- Моменты отказа элементов.

Определить:

- Показатели надежности элемента, характеризующие время его между отказами (второй набор исходных данных): T_1 , $P(t)$, $Q(t)$, $w(t)$, $\chi(t)$.
- Показатели надежности элемента, характеризующие время его работы между отказами (второй набор исходных данных): T_1 , $F(t)$, $w(t)$, $\chi(t)$.

Решение получить в виде таблиц и графиков.

При обработке данных вручную и на компьютере их следует разобрать 10 групп (классов). Подбор подходящего распределения необходимо установить для уровня значимости, равного 0,05.

ВАРИАНТ 1

Первый набор исходных данных (Нормальное распределение):

1155	1147	1126	1139	1137	1132	1120	1165	1163	1156
1142	1143	1138	1144	1149	1145	1157	1152	1145	1140
1140	1145	1169	1148	1121	1135	1152	1138	1128	1161
1140	1149	1149	1123	1141	1164	1145	1131	1157	1123
1136	1146	1140	1130	1147	1108	1122	1133	1115	1165
1166	1137	1147	1137	1126	1143	1114	1109	1147	1135
1147	1148	1153	1146	1128	1145	1135	1147	1151	1151
1119	1145	1137	1149	1163	1141	1137	1137	1146	1133
1128	1123	1139	1134	1154	1149	1144	1166	1152	1159
1163	1112	1126	1146	1147	1149	1146	1127	1143	1154

Второй набор исходных данных (Экспоненциальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	37; 90; 279; 355; 360; 420; 466; 488; 627; 671
2	26; 77; 141; 532; 642; 661
3	53; 59; 164; 183; 316; 568; 607
4	22; 26; 134; 287; 356; 470; 472; 481
5	24; 40; 152; 412; 431; 486; 567; 630; 649
6	193; 216; 474; 488; 538; 616
7	86; 355; 415; 451
8	117; 157; 358; 462; 527; 673
9	74; 89; 356; 356; 420; 492; 497; 512; 548; 601
10	204; 276; 327; 515; 516; 544

ВАРИАНТ 2

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

2127	1162	1131	1111	4414	1291	1266	2122	2268	1168
9168	2126	2134	4116	7119	2113	2110	3123	1103	3192
3288	3289	2229	1261	9224	1282	4221	7229	1248	5228
3232	2263	1216	8253	5262	4243	2268	2272	3270	5202
7235	1220	2292	3263	1251	5220	4200	8219	3208	2116
2146	3121	5109	5147	4214	4156	1202	4104	3123	1122
2288	4225	6234	6210	1240	8238	~171	1263	1208	8214
9236	1100	7137	3196	2158	5110	3127	2146	1166	2158
1103	3218	6218	5217	2238	3212	2232	3233	1130	1151
4154	2186	1197	2136	3113	1115	1111	1138	2116	2168

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 600 часов
1	107; 201; 295; 397; 515
2	95; 213; 320; 403; 483; 568
3	97; 196; 282; 399; 504; 584
4	109; 216; 328; 422; 528
5	112; 226; 310; 417; 524
6	103; 195; 300; 392; 480 570
7	93; 178; 268; 375; 494
8	93; 203; 312; 393; 488 581
9	119; 210; 293; 408; 518
10	102; 220; 334; 439; 537

ВАРИАНТ 3

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

221	370	84	97	196	475	426	151	72	133
282	97	321	315	107	108	156	597	241	210
107	37	176	197	182	467	146	97	244	54
91	255	169	149	256	53	283	103	468	38
369	305	209	227	276	351	244	216	382	430
204	306	163	159	221	235	126	106	670	72
80	466	93	60	123	706	112	236	298	49
277	155	83	67	298	168	30	210	178	275
86	161	397	508	334	252	582	24	427	139
559	138	405	187	229	107	167	519	226	247

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 600 часов
1	110; 211; 296; 408; 512; 584
2	80; 167; 239; 336; 435; 523
3	113; 206; 292; 370; 466; 588
4	123; 211; 301; 397; 502
5	79; 197; 296; 377; 457; 538
6	132; 224; 302; 383; 486; 570
7	86; 185; 312; 390; 471; 576
8	106; 195; 265; 350; 431; 537
9	83; 176; 253; 328; 407; 511; 595
10	130; 232; 371; 442; 539

ВАРИАНТ 4

Первый набор исходных данных (Нормальное распределение):

156	161	145	122	180	190	153	174	163	133
135	156	176	160	163	150	157	156	136	168
176	155	165	140	165	160	138	181	183	182
165	175	153	131	180	168	149	156	173	156
148	133	154	149	152	150	188	163	145	142
169	163	174	135	154	183	172	136	166	157
157	182	174	162	173	191	165	146	151	163
175	167	141	163	142	143	167	149	142	173
149	148	150	154	149	178	145	168	176	170
158	140	152	162	163	148	184	159	143	163

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 500 часов
1	105; 208; 323; 414
2	113; 216; 331; 433
3	111; 192; 272; 363; 453
4	110; 209; 314; 426
5	85; 192; 301; 393; 480
6	87; 174; 292; 381; 479
7	102; 195; 314; 404
8	94; 190; 275; 363; 449
9	218; 230; 331; 433
10	105; 219; 310; 408

ВАРИАНТ 5

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

65	266	138	87	219	466	71	286	107	349
106	231	169	219	387	82	63	92	104	96
54	243	702	245	128	153	260	448	220	326
550	210	124	293	209	473	114	228	194	334
220	29	270	481	499	854	533	606	133	174
426	212	395	199	412	182	153	109	156	65
174	142	374	170	97	52	434	392	197	356
23	200	35	286	352	53	544	198	111	.93
361	409	393	20	296	409	42	73	138	515

223	345	79	98	51	25	188	194	88	106
-----	-----	----	----	----	----	-----	-----	----	-----

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	86; 194; 299; 406; 505; 619
2	119; 221; 333; 438; 528; 643
3	86; 200; 295; 389; 496; 600
4	107; 188; 286; 385; 501; 612
5	82; 185; 294; 392; 510; 591; 675
6	117; 234; 340; 425; 516; 613; 695
7	210; 202; 318; 414; 503; 597
8	104; 197; 310; 429; 534; 622
9	109; 196; 289; 395; 510; 619
10	83; 193; 309; 419; 507; 592; 683 -

ВАРИАНТ 6

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

188	297	644	136	728	194	312	389	387	153
191	332	988	177	132	127	100	137	224	174
975	164	798	182	115	687	165	113	244	847
199	227	118	124	112	986	196	150	319	349
423	П21	224	163	945	789	960	158	377	747
139	154	728	129	197	241	282	152	161	228
171	458	189	381	580	177	986	156	347	277
163	355	347	180	241	256	239	128	862	189
292	221	254	953	253	515	474	588	434	167
240	757	149	178	380	344	546	761	127	271

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 500 часов
1	94; 181; 278; 365; 478
2	87; 168; 261; 353; 468
3	123; 211; 336; 412
4	93; 194; 280; 357; 459
5	80; 175; 266; 365; 493
6	113; 230; 346; 430
7	88; 191; 295; 400
8	74; 187; 286; 405; 478

9	79; 187; 308; 400; 476
10	123; 206; 333; 464

ВАРИАНТ 7

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

226	649	453	364	340	321	545	497	149	293
295	323	613	257	584	226	277	923	222	764
583	725	690	476	281	1395	230	273	122	292
191	460	444	755	618	235	219	125	367	124
416	293	290	112	138	445	П44	176	934	547
538	143	363	594	116	369	127	688	219	175
233	745	223	466	380	532	230	141	256	996
134	478	180	658	149	643	155	296	280	346
205	495	508	134	314	244	287	579	343	272
199	243	774	790	419	1102	733	637	1412	354

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 900 часов
1	98; 209; 295; 392; 502; 592; 691; 806
2	111; 197; 292; 405; 509; 590; 704; 788; 877
3	105; 218; 313; 397; 485; 570; 656; 766; 870
4	105; 218; 335; 419; 532; 618; 698; 792
5	95; 196; 292; 372; 452; 534; 653; 745; 829
6	99; 208; 293; 390; 478; 561; 669; 773; 860
7	103; 211; 326; 406; 515; 624; 722; 822
8	108; 205; 299; 412; 501; 612; 731; 812; 892
9	88; 191; 278; 360; 443; 539; 644; 750; 854
10	80; 177; 277; 365; 476; 564; 661; 775; 887

ВАРИАНТ 8

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

936	285	116	367	247	237	456	155	141	157
142	233	135	996	298	180	229	440	150	124
173	123	111	161	111	269	874	245	390	129
149	574	131	745	334	254	417	634	423	178
845	116	267	369	698	190	764	295	108	234
723	119	877	132	119	259	987	484	155	139
253	234	135	156	220	223	198	412	449	186
151	853	155	943	545	429	165	344	277	124

326	245	381	279	491	535	945	558	158	487
386	140	195	151	166	276	679	120	575	225

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 900 часов
1	73; 169; 282; 341; 425; 540; 663; 777
2	73; 147; 213; 305; 372; 461; 569; 666; 768; 873
3	109; 200; 286; 402; 480; 575; 718; 797; 871
4	112; 197; 286; 380; 486; 564; 665; 782; 889
5	92; 187; 260; 355; 476; 567; 668; 760; 865
6	88; 191; 313; 419; 533; 609; 700; 797
7	110; 221; 369; 448; 529; 643; 772; 887
8	94; 182; 280; 340; 436; 534; 638; 750; 875
9	99; 202; 274; 365; 441; 526; 643; 742; 825; 899
10	101; 193; 288; 419; 542; 635; 716; 799; 881

ВАРИАНТ 9

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

350	244	69	234	145	196	389	23	251	127
226	118	219	204	120	180	406	182	74	240
206	257	181	104	130	341	245	59	226	161
147	71	219	361	162	112	67	182	34	76
143	67	119	190	281	437	226	37	41	148
228	37	296	51	254	44	190	143	795	117
191	14	392	157	16	23	89	346	33	47
377	319	258	37	68	235	385	128	111	640
136	224	174	61	35	71	345	132	197	35
331	83	97	178	328	194	П78	120	106	109

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 600 часов
1	104; 200; 287; 373; 477; 586
2	96; 198; 314; 399; 513
3	81; 165; 277; 375; 475; 562
4	111; 226; 312; 413; 530

5	111; 209; 322; 406; 516; 596
6	83; 198; 288; 384; 468 565
7	99; 215; 317; 415; 506
8	84; 200; 316; 431; 516
9	109; 218; 330; 435; 536
10	85; 172; 271; 386; 496

ВАРИАНТ 10

Первый набор исходных данных (Экспоненциальное распределение):

55	87	105	18	386	187	118	227	65	89
106	42	186	113	147	306	202	168	44	563
173	119	41	57	86	59	38	151	348	41
165	395	185	382	67	351	16	540	41	31
96	468	37	19	263	58	267	443	260	130
116	211	243	225	77	175	276	762	634	436
341	670	23	41	89	486	137	18	55	139
412	362	120	346	29	34	21	123	140	89
162	567	117	34	73	44	123	32	82	113
176	137	49	190	133	598	115	656	178	167

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 1000 часов
1	115; 222; 328; 406; 486; 594; 696; 801; 896; 977
2	91; 215; 316; 411; 484; 603; 687; 797; 878
3	89; 175; 266; 360; 468; 604; 695; 813; 895
4	85; 170; 258; 382; 470; 579; 658; 739; 819; 920
5	115; 222; 327; 436; 550; 634; 732; 811; 933
6	86; 164; 247; 366; 495; 588; 713; 816; 939
7	105; 205; 290; 409; 473; 580; 680; 773; 869; 969
8	99; 199; 315; 430; 527; 650; 762; 844; 945
9	105; 220; 311; 389; 478; 563; 661; 734; 855; 968
10	106; 184; 284; 395; 490; 593; 697; 779; 922

ВАРИАНТ 11

Первый набор исходных данных (Равномерное распределение):

134	126	130	98	172	140	99	141	91	111
119	95	123	173	122	150	88	14	170	137
130	121	121	155	144	124	127	140	150	139
89	116	88	94	110	131	169	81	86	121
175	163	150	17	128	148	133	121	128	97
142	111	174	108	122	118	83	118	19	176
105	172	132	125	150	115	177	93	141	133
165	82	86	117	165	147	13	169	88	138
80	126	84	170	106	113	92	96	154	114
154	165	160	172	162	114	168	82	128	95

Второй набор исходных данных (Экспоненциальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	1; 1; 63; 75; 133; 356; 363; 403; 417
2	126; 240; 557
3	40; 72; 216; 220; 267; 305; 313; 474; 493
4	43; 234; 248; 431; 433; 583; 668; 680
5	35; 56; 70; 81; 225; 558; 568
6	18; 93; 121; 130; 229; 313; 461; 474; 532; 572; 603; 610
7	113; 375; 401; 479; 659
8	138; 163; 421; 479; 500; 636; 638; 671
9	222; 261; 404; 533; 568
10	55; 96; 111; 148; 252; 281; 633

ВАРИАНТ 12

(Первый набор исходных данных (Нормальное распределение):

975	12	162	130	124	146	113	П54	112	119
127	124	133	137	132	111	138	112	126	133
124	117	135	120	147	924	130	137	130	974
121	113	124	123	127	143	108	995	167	116
139	118	120	120	146	121	130	118	128	117
113	984	113	120	114	974	130	124	130	121
119	126	113	116	П56	147	128	141	129	122
122	129	140	140	952	113	128	121	113	103
119	136	120	934	120	966	114	137	119	129

132	113	127	143	124	103	178	118	897	116
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Второй набор исходных данных (Экспоненциальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 800 часов
1	112; 193; 247; 249; 284; 439
2	162; 255; 290; 317; 388; 456; 460; 661; 765
3	53; 335; 390; 401; 445; 610; 623; 792
4	73; 139; 140; 188; 204; 332; 555; 631
5	103; 165; 227; 513; 592; 718; 791
6	43; 158; 688; 792
7	17; 26; 339; 484; 529
8	27; 71; 203; 253; 281
9	216; 318; 669
10	146; 146; 240; 315; 543; 648

ВАРИАНТ 13

Первый набор исходных данных (Гамма-распределение):

120	221	151	212	445	575	411	415	152	750
123	130	235	875	147	316	613	745	251	319
120	145	120	309	432	243	649	158	344	789
247	197	623	254	655	723	696	267	997	326
128	130	158	462	346	294	120	30	165	215
232	186	938	146	518	248	177	848	127	198
239	450	216	559	239	560	263	144	139	261
378	289	768	310	413	351	141	292	319	969
56	877	357	265	796	584	243	394	614	146
422	255	360	360	824	114	242	396	166	224

Второй набор исходных данных (Экспоненциальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	204; 221; 345; 376; 537; 697
2	2; 39; 71; 104; 118; 213; 544; 596; 608; 657
3	138; 314; 387; 467; 471; 556; 699
4	8; 11; 52; 94* 192; 476; 491; 527; 655
5	106; 168; 325; 360; 690
6	192; 207; 217; 362; 426

7	225; 440; 618; 657; 667
8	371; 420; 500
9	85; 371; 568; 579; 611; 625; 663
10	80; 111; 152; 162; 369; 394; 462; 551

ВАРИАНТ 14

Первый набор исходных данных (Равномерное распределение):

1102	133	1204	136	1109	171	167	159	176	153
126	177	128	118	127	8234	107	120	155	165
171	159	159	136	1405	142	9446	9345	176	127
108	161	1306	169	151	116	8546	125	119	178
164	111	145	1306	151	1203	148	1103	112	158
156	120	173	136	126	160	834	124	139	1101
1405	120	9154	129	9554	9565	936	127	9322	1320
4582	8433	9345	9347	9450	1467	1322	389	9333	3157
170	1635	1124	1453	1705	996	9565	1155	4193	3134
1386	6119	9658	9561	1313	1339	8344	1675	8546	1275

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 700 часов
1	106; 208; 279; 390; 488; 582; 656
2	98; 186; 304; 377; 477; 539; 622
3	100; 217; 337; 467; 584; 670
4	121; 217; 290; 397; 473; 595
5	100; 212; 301; 385; 480; 605; 694
6	131; 213; 292; 393; 481; 564; 688
7	130; 229; 309; 440; 521; 601; 690
8	87; 196; 297; 403; 499; 610
9	117; 236; 351; 428; 507; 594
10	103; 205; 295; 402; 516; 603

ВАРИАНТ 15

Первый набор исходных данных (Нормальное распределение):

992	9143	1304	1143	973	913	993	1301	993	953
1309	983	1193	843	1302	1203	1307	973	1103	1302
883	993	939	1304	1303	1143	936	835	1309	893
793	1300	1311	1303	839	932	1309	3344	9331	836

1342	9340	1302	931	839	953	9833	8733	1317	1300
953	983	973	1307	930	1123	853	1301	943	873
993	933	1304	930	9303	1309	893	935	1302	883
1300	983	933	1304	1307	983	1304	1123	1300	1305
1315	1313	333	П345	9333	9421	8223	1200	9423	1232
9210	9234	1302	П211	9234	9231	9233	8327	1315	9373

Второй набор исходных данных (Равномерное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 600 часов
1	104; 197; 304; 422; 511; 597
2	86; 184; 300; 382; 492; 595
3	106; 218; 312; 395; 493; 573
4	94; 200; 302; 409; 498; 589
5	117; 213; 316; 433; 516
6	94; 186; 293; 401; 507
7	90; 188; 272; 379; 478; 577
8	104; 210; 309; 412; 506; 588
9	99; 194; 300; 419; 530
10	109; 227; 331; 426; 524

ВАРИАНТ 16

Первый набор исходных данных (Равномерное распределение):

164	824	935	157	1402	1406	924	163	165	942
118	176	118	142	1401	1402	177	155	175	131
176	1405	854	126	113	944	1409	159	834	964
148	133	145	127	146	139	155	144	984	940
101	1406	116	854	165	123	874	147	170	1402
112	854	1407	124	164	116	125	166	139	115
172	934	144	112	156	144	984	111	137	128
884	153	1408	161	162	964	167	148	940	127
150	162	814	864	128	1408	894	120	133	120
914	141	112	944	177	1406	438	1401	132	924

Второй набор исходных данных (Нормальное распределение):

Номер элемента	Моменты отказа на периоде времени 1000 часов
1	118; 202; 326; 434; 505; 610; 712; 791; 901; 984
2	96; 173; 304; 405; 524; 643; 741; 853; 940

3	116; 197; 269; 381; 483; 587; 687; 804; 923
4	111; 182; 293; 438; 545; 639; 751; 845; 978
5	76; 185; 286; 390; 492; 579; 664; 748; 822; 898
6	111; 239; 360; 469; 555; 652; 739; 824; 923
7	131; 223; 344; 444; 551; 674; 792; 917
8	92; 185; 283; 372; 499; 585; 711; 808; 904
9	95; 186; 273; 353; 447; 568; 689; 793; 865; 944
10	79; 190; 324; 408; 485; 591; 665; 776; 855; 930

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

«ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»

Цель работы - изучение влияния восстановления (ремонта) на надежность и риск технической системы.

2.1. Постановка задачи

Дано:

- структурная схема системы в виде основного (последовательного в смысле надежности) соединения элементов;

- n – число элементов системы;
- λ_i – интенсивность отказа i -го элемента системы, $i = 1, 2, \dots, n$;
- r_i – риск из-за отказа i -го элемента системы, $i = 1, 2, \dots, n$;
- R – допустимый риск;
- T – суммарное время работы системы.

Определить показатели надежности системы:

- $P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы в течение времени t , а также ее значения при $t = T$ и $t = T_1$
- T_1 – среднее время безотказной работы системы;
- $R_c(t)$ – риск системы как функцию времени; значение риска при $t = T$ и $t = T_1$
- возможность расчета риска по приближенной формуле.

Варианты заданий приведены далее в разд. 2.5.

2.2. Сведения из теории

Основными показателями надежности нерезервированной невосстанавливаемой системы являются: $P_c(t)$ — вероятность безотказной работы системы в течение времени t , T_1 — среднее время безотказной работы. При постоянных интенсивностях отказов элементов

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}, T_1 = \frac{1}{\lambda_c}$$

где $\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ - интенсивность отказа системы.

Риск системы $R_c(t)$ и $R_c^*(t)$ вычисляются по следующим формулам:

$$R_c(t) = \frac{Q_c(t)}{\lambda_c} \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i, \quad (2.1)$$

$$R_c^*(t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) r_i, \quad (2.2)$$

где

$Q_c(t) = 1 - P_c(t)$ - вероятность отказа системы в течение времени t ;

$q_i(t)$ - вероятность отказа i -го элемента системы в течение времени t .

Формула (2.1) является точной, формула (2.2) – приближенной. Если элементы системы равнонадежны, то отношение $R_c(t)$ к $R_c^*(t)$ имеет вид:

$$G_R(t, n) = \frac{R_c(t)}{R_c^*(t)} = \frac{1 - e^{-n\lambda t}}{n(1 - e^{-\lambda t})}. \quad (2.3)$$

$G_R(t, n)$ является убывающей функцией, при

$$\lim_{t \rightarrow 0} G_R(t, n) = 1, \lim_{t \rightarrow \infty} G_R(t, n) = \frac{1}{n}$$

этом:

Это означает, что с увеличением длительности времени работы системы погрешность приближенной формулы увеличивается.

2.3. Последовательность выполнения работы

Лабораторную работу следует выполнять в такой последовательности:

1. Вычислить показатели надежности системы $P_c(t)$ и T_1 . Значение вероятности безотказной работы $P_c(t)$ следует получить при $t = T$ и $t = T_1$.
2. Исследовать функцию риска системы по точной формуле (2.1), для чего:
 - получить формулу риска для заданных n , λ_i , r_i .
 - исследовать зависимость $R_c(t)$, представив функцию в виде графика и таблицы;
 - вычислить значение риска для исходных данных своего варианта при $t = T$ и $t = T_1$.
3. Исследовать зависимость $G_R(t, n)$ при допущении, что элементы системы равнонадежны и интенсивность отказа каждого элемента равна их средней интенсивности отказов, т. е.

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

4. Сделать выводы.

По результатам лабораторной работы представляется отчет, в котором обязательными являются следующие пункты:

1. Постановка задачи.
2. Расчетные формулы.
3. Численные значения показателей надежности и риска исследуемой системы.
4. Значение времени непрерывной работы системы, при котором обеспечивается требуемое значение риска.
5. Графики и таблицы функций риска.
6. Выводы по результатам исследований.

2.4. Пример выполнения лабораторной работы

Пусть дана система со следующими исходными данными:

- число элементов системы $n = 10$;
- время непрерывной работы $T = 1000$ час;
- допустимый риск $R = 5000$ усл. ед.

Значения риска и интенсивностей отказов элементов приведены в табл. 2.1.

Далее приводится последовательность выполнения работы. Исследования будем проводить с помощью программы Microsoft Excel.

Таблица 2.1. Исходные данные примера.

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	1,2	0,8	0,5	1	1,5	0,6	0,09	0,05	1	1,5
r , усл. ед.	2000	300	8000	1000	1200	60	5000	6000	100	120

2.4.1. Определение показателей надежности системы

Интенсивность отказов системы $\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ равна.

Подставляя в это выражение значения интенсивностей отказов элементов из табл. 2.1, получим: $\lambda = 8,24 \cdot 10^{-5}$ час⁻¹ (технология вычисления λ_c приведена в разделе 2.4.2).

Тогда вероятность и среднее время безотказной работы будут равны:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-8,24 \cdot 10^{-5} t}, \quad T_1 = \frac{1}{\lambda_c} = 12316 \text{ час.}$$

При $t = T = 1000$ час, $P_c(1000) = e^{-8,2410^{-5} \cdot 10^3} = 0,92$

При $t = T_1 = 12316$ час, $P_c(12316) = e^{-8,2410^{-5} \cdot 12316} = 0,367$

2.4.2. Определение риска системы по точной формуле

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		введите исходные данные:												
2	n=	10		λ=	1,2	0,8	0,5	1	1,5	0,6	0,09	0,05	1	1,5
3	T=	1000		r=	2000	300	8000	1000	1200	60	5000	6000	100	120
4	R=	5000												

Рис 2.4.2.1

Сначала нужно ввести исходные данные своего варианта, так как показано на Рис 2.4.2.1

Примечание: данные можно вводить в любые ячейки, но в данном тексте будут использоваться указания на эти конкретные ячейки

Вычисление интенсивности отказов системы λ_c осуществляется так:

Т.к. $\lambda_{\bar{n}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ то выбираем ячейку C8 и вводим: =СУММ(E2:N2)*0,00001

Для вычисления суммы $\sum_{i=1}^n \lambda_i r_i$ необходимо получить скалярное произведение векторов λ и r , для этого в ячейке E5 вводим: =E2*E3

повторяем эти действия по всем значениям λ_i и r_i (диапазон ячеек от E5 до N5)

Далее вычисляем $\sum_{i=1}^n \lambda_i r_i$. В ячейке C10 вводим: =СУММ(E5:N5)*0,00001

Результатом мы получим следующее: (Рис 2.4.2.2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1						введите исходные данные:									
2	n=	10			λ=	1,2	0,8	0,5	1	1,5	0,6	0,09	0,05	1	1,5
3	T=	1000			r=	2000	300	8000	1000	1200	60	5000	6000	100	120
4	R=	5000													
5					λ*r=	2400	240	4000	1000	1800	36	450	300	100	180
6															
7															
8		Σλ=	0,0000824												
9															
10		Σλ*r=	0,10506												

Рис 2.4.2.2

вероятность и среднее время безотказной работы равняются:

$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-8,2410^{-5} t}$, $T_1 = \frac{1}{\lambda_c}$ час.

Для вычисления T_1 в ячейку H8 вводим: =1/C8

Для вычисления $P_c(t)$ при $t = T$, в ячейку K8 вводим: =EXP(-C8*B3)

Для вычисления $P_c(t)$ при $t = T_1$, в ячейку K9 вводим: =EXP(-C8*H8)

Теперь необходимо найти значение функции риска при $t = T$ и $t = T_1$

Функция риска: $R_c(t) = \frac{Q_c(t)}{\lambda_c} \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i$,

Так как $Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t}$, $\lambda_c = 8,24 \cdot 10^{-5}$, $\sum_{i=1}^n \lambda_i r_i = 0,10506$, то в соответствии с (2.1) функция риска будет равна:

$$R_c(t) = \frac{1 - e^{-8,2410^{-5}t}}{8,24 \cdot 10^{-5}} \cdot 0,10506,$$

Для вычисления $R_c(t)$ при $t = T$, в ячейку K10 вводим: $=(1-EXP(-C8*B3))/C8*C10$

Для вычисления $R_c(t)$ при $t = T_1$, в ячейку K11 вводим: $=(1-EXP(-C8*H8))/C8*C10$

Для $t = T_1 = 12136$ час. значение риска $R_c(t) = 805,953$. Из полученных значений $R_c(t)$ видно, что риск исследуемой системы ниже допустимого значения, равного 5000 условных единиц.

Результатом мы получим следующее: (Рис 2.4.2.3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	введите исходные данные:													
2	n=	10		λ=	1,2	0,8	0,5	1	1,5	0,6	0,09	0,05	1	1,5
3	T=	1000		r=	2000	300	8000	1000	1200	60	5000	6000	100	120
4	R=	5000												
5				λ*=	2400	240	4000	1000	1800	36	450	300	100	180
6														
7														
8		Σλ=	0,0000824				T1=	12135,92		P _c (T)=	0,920904			
9										P _c (T1)=	0,367879			
10		Σλ*=	0,10506							R _c (T)=	100,848			
11										R _c (T1)=	805,9537			

Рис 2.4.2.3

2.4.3. Исследование функции риска

Предполагая, что все элементы системы равнонадежны, а интенсивность отказа каждого

элемента $\lambda = \frac{\lambda_c}{n} = 0,824 \cdot 10^{-5}$ час⁻¹ (найдем это значение подставив в ячейку F14 формулу: $=C8/B2$), получим следующее выражение риска:

$$R_c(t) = \frac{1 - e^{-n\lambda t}}{n\lambda} \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i = \frac{1 - e^{-0,82410^{-5}nt}}{0,824 \cdot 10^{-5}n} \cdot 10506 \cdot 10^{-5} = 12750 \cdot \frac{1 - e^{-0,82410^{-5}nt}}{n}$$

Найдем зависимость $R_c(t)$ при различных значениях n в виде графиков и таблиц, используя возможности Excel.

Сначала введем временной диапазон t (см. Рис 2.4.3.1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
16												
17												
18			№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19			время t	0	1500	3000	4500	6000	7500	9000	10500	12000

Рис 2.4.3.1

Далее введем в ячейку D20 формулу нахождения $R_c(t)$ при n :

$$=(1-EXP(-\$B\$2*\$F\$14*D19))/\$B\$2/\$F\$14*\$C\$10$$

«растянем» эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D20:L20). см. Рис 2.4.3.2

Введем в ячейку D21 формулу нахождения $R_c(t)$ при $3n$:

$$=(1-EXP(-3*\$B\$2*\$F\$14*D19))/3/\$B\$2/\$F\$14*\$C\$10$$

«растянем» эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D21:L21). см. Рис 2.4.3.2

Введем в ячейку D22 формулу нахождения $R_c(t)$ при $5n$:

$$=(1-EXP(-5*\$B\$2*\$F\$14*D19))/5/\$B\$2/\$F\$14*\$C\$10$$

«растянем» эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D22:L22). см. Рис 2.4.3.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
18			№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
19			время t	0	1500	3000	4500	6000	7500	9000	10500	12000	
20			$R_c(t)$ при n	0	148,240089	279,2448	395,018	497,3306	587,7477	667,6523	738,2666	800,6709	
21			$R_c(t)$ при $3n$	0	131,672665	222,5508	285,2732	328,5631	358,441	379,0622	393,2945	403,1175	
22			$R_c(t)$ при $5n$	0	117,549542	180,9113	215,0646	233,474	243,397	248,7457	251,6288	253,1829	

Рис 2.4.3.2

Из строки 20 видно, что риск возрастает с увеличением времени функционирования системы t . Так, например, с увеличением с 1500 до 12 000 часов риск увеличивается примерно с 150 до 800 условных единиц.

Построим график:

- 1) пункт меню: вставка \ диаграмма
- 2) выбираем вид графика
- 3) выбираем диапазон: =Лист1!\$C\$20:\$L\$22
- 4) ось x : t ось y : $R_c(t)$
- 5) готово

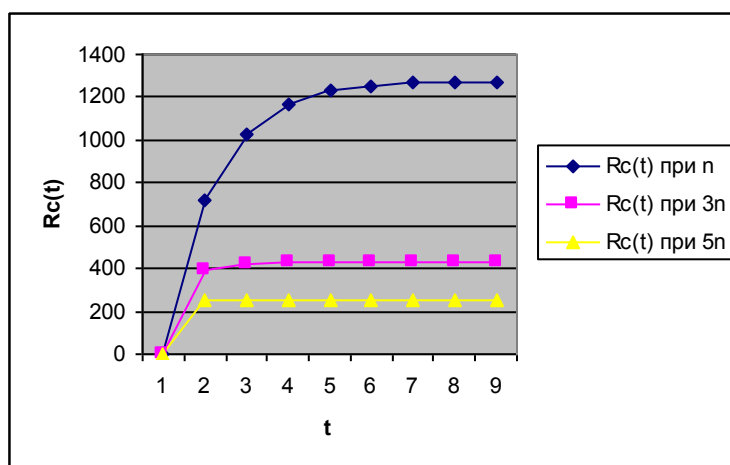


Рис 2.4.3.3

Примечание: если график не явный то можно изменять значения t (необходимо соблюдать выбранный вами шаг Δt)

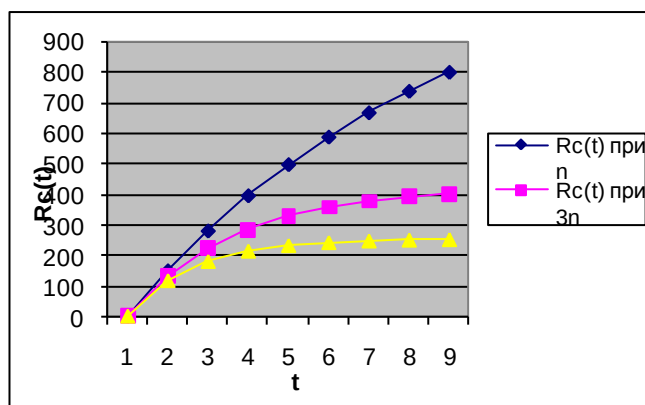


Рис 2.4.3.4 $R_c(t)$ в диапазоне $t[0; 80000]$ с шагом $\Delta t = 10000$

Из графика видно, что с увеличением времени t работы системы техногенный риск функционирования системы увеличивается и при $t \rightarrow \infty$ стремится к постоянной величине, равной среднему значению риска.

Определение критического времени работы системы

Так как $R_c(t)$ возрастает с ростом t , то представляет интерес предельное время, выше которого риск будет превышать допустимое значение. Решение задачи сводится к определению корня уравнения

$$R = \frac{Q_c(\tau)}{\lambda_c} \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i$$

Так как в рассматриваемом случае $\sum_{i=1}^n \lambda_i r_i = 10506 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_c = 8,24 \cdot 10^{-5} \text{ час}^{-1}$, $R = 5000$, то, подставляя эти значения в последнее выражение, получим:

$$5000 = 1275(1 - e^{-8,24 \cdot 10^{-5} \tau})$$

Решая это уравнение получим критическое значение τ .

В ячейке C16 введем: $=\text{LN}(1-B4*C8/C10)/C8$

В нашем примере вещественного корня нет. Это значит, что при любом t риск системы не превосходит допустимого значения.

2.4.4. Исследование зависимости $G_R(t, n)$

Для анализа зависимости $G_R(t, n)$ представим эту функцию в виде графиков и таблиц. Графики позволят сделать качественный анализ, а таблицы — количественный. Далее описываются процедуры представления функций в виде графиков и таблиц с помощью Excel.

Предположим, что система состоит из n равнонадежных элементов, каждый из которых имеет интенсивность отказов λ . Тогда функция $G_R(t, n)$ будет выражаться формулой

$$G_R(t, n) = \frac{R_c(t)}{R_c^*(t)} = \frac{1 - e^{-n\lambda t}}{n(1 - e^{-\lambda t})}.$$

Сначала введем временной диапазон t (см. рис 2.4.4.1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
43														
44														
45														
46			№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
47			время t	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	

Рис 2.4.4.1

Далее введем в ячейку D48 формулу нахождения $G_R(t, n)$ при n :

$$=(1-\text{EXP}(-\$B\$2*\$F\$14*D47))/\$B\$2/(1-\text{EXP}(-\$F\$14*D47))$$

“растянем” эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D48:M48). см. Рис 2.4.4.2

Введем в ячейку D49 формулу нахождения $G_R(t, n)$ при $3n$:

$$=(1-\text{EXP}(-3*\$B\$2*\$F\$14*D47))/3/\$B\$2/(1-\text{EXP}(-\$F\$14*D47))$$

“растянем” эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D49:M49). см. Рис 2.4.4.2

Введем в ячейку D50 формулу нахождения $G_R(t, n)$ при $5n$:

$$=(1-\text{EXP}(-5*\$B\$2*\$F\$14*D47))/5/\$B\$2/(1-\text{EXP}(-\$F\$14*D47))$$

“растянем” эту формулу по всему диапазону времени t (ячейки D50:M50). см. Рис 2.4.4.2

Рис 2.4.4.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
43													
44													
45													
46			№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
47			время t	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
48			Gr(t,n) при n	0,96387	0,9295637	0,896981	0,866024	0,836601	0,808627	0,78202	0,756706	0,732613	0,709673
49			Gr(t,n) при 3n	0,88964	0,79548178	0,71487	0,645614	0,585899	0,534222	0,489334	0,450197	0,415944	0,385851
50			Gr(t,n) при 5n	0,82298	0,68685023	0,581117	0,498148	0,432351	0,379613	0,336886	0,301898	0,272948	0,248748

Из таблицы (Рис 2.4.4.2) видно, что функция $G_R(t, n)$ является убывающей. Это означает, что с увеличением времени и увеличением числа элементов погрешность приближенной формулы возрастает.

Построим графики для 3 значений n : для n , $3n$, $5n$, где n - число элементов системы.

- 1) пункт меню: вставка \ диаграмма
- 2) выбираем вид графика
- 3) выбираем диапазон: =Лист1!\$C\$48:\$M\$50
- 4) ось x : t ось y : $G_R(t, n)$
- 5) готово

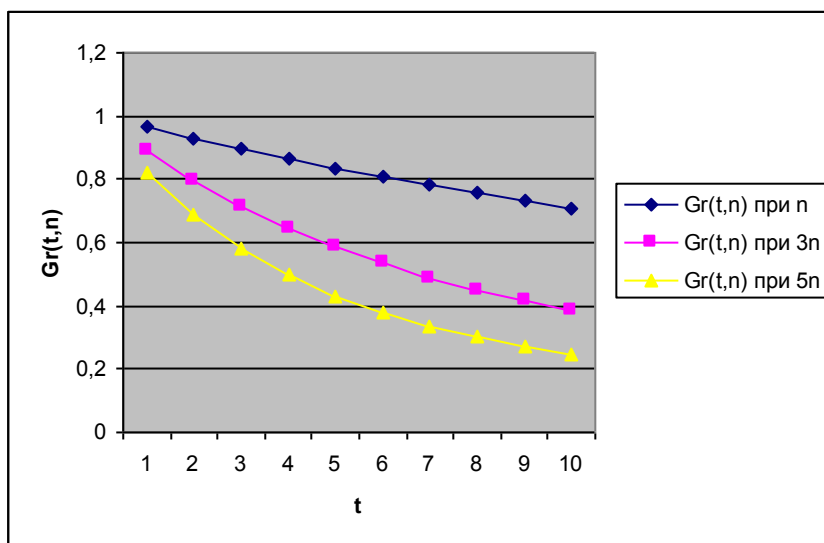


Рис. 2.4.4.3 График функции $G_R(t, n)$

В итоге получим семейство кривых из которых можно сделать два важных вывода (Рис 2.4.4.3):

1. Чем больше элементов n и чем больше время работы системы, тем больше погрешность приближенной формулы.
2. Приближенной формулой можно пользоваться в том случае, когда время работы системы мало и риск, вычисленный по приближенной формуле, не превышает допустимого значения.

2.5. Варианты заданий к лабораторной работе 2

В заданиях приняты следующие обозначения:

T — суммарное время работы системы, час.

R — допустимый риск, усл. ед.

λ_i — интенсивность отказов i -го элемента, час⁻¹.

r_i — риск системы из-за отказа i -го элемента, усл. ед.

Вариант 1

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	1,1	0,5	3	4,2	3,6	2,1	4,4	4,8
r , усл.ед.	2500	6000	3000	2850	6180	4200	680	1000

$T = 1500$ час, $R = 8000$ усл. ед.

Вариант 2

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	2,6	3,2	6,4	1,2	3	1,8	5,1	4,2
r , усл.ед.	6800	9200	2000	20000	9200	1000	2100	600

$T = 1200$ час, $R = 5000$ усл. ед.

Вариант 3

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	0,5	0,2	1	1,2	0,6	2,1	1,2	0,7
r , усл.ед.	12000	8000	6000	560	3200	7600	10000	770

$T = 2500$ час, $R = 3200$ усл. ед.

Вариант 4

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	0,2	0,8	2,3	0,1	0,5	1,2	3,4	0,7
r , усл.ед.	1200	2600	3000	14000	4500	9000	3500	2750

$T = 3800$ час, $R = 5000$ усл. ед.

Вариант 5

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	1,1	2,3	4,7	0,6	5	4,8	3,2	2,6
r , усл.ед.	2500	2600	1800	16000	4000	2600	1200	860

$T = 4000$ час, $R = 4800$ усл. ед.

Вариант 6

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	1,2	0,8	1,6	0,2	0,1	0,05	6,2	2,4
r , усл.ед.	6800	2400	3200	670	5000	20000	360	780

$T = 4200$ час, $R = 3850$ усл. ед.

Вариант 7

Номера элементов	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	3,2	0,1	1	0,7	1,2	0,3	0,1	1,2
r , усл.ед.	368	680	12000	7000	3200	1200	590	1050

$T = 5000$ час, $R = 860$ усл. ед.

Далее приводятся варианты заданий с 8 по 16, в которых указано, из каких приведенных ранее вариантов с 1 по 7 берутся значения λ_i, r_i, T, R

Варианты 8-16

Номера варианта	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Номера варианта для λ_i	1	2	3	4	5	6	7	1	2
Номера варианта для r_i, T, R	7	6	5	3	2	1	4	6	5

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

«ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СТРУКТУРНО РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИ ОБЩЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ С ПОСТОЯННО ВКЛЮЧЕННЫМ РЕЗЕРВОМ»

Цель работы - оценить эффективность структурного резервирования систем при общем резервировании с постоянно включенным резервом.

3.1. Постановка задачи

Дано:

1. Техническая система с основным соединением элементов;
2. n — число элементов системы;
3. λ_i — интенсивность отказа элемента i -го типа, $i = 1, 2, \dots, n$;
4. t — текущее время работы системы, не превосходящее допустимого времени из условия старения;
5. m — кратность резервирования, $m \leq 4$.

Необходимо:

- оценить эффективность структурного резервирования как метода повышения надежности;
- выполнить сравнительный анализ надежности системы при структурном и нагрузочном резервировании;
- исследовать влияние последствий отказов на эффективность структурного резервирования.

Исходные данные для индивидуальных заданий приведены в разделе 3.4.

3.2. Сведения из теории

Показателями эффективности различных методов обеспечения и повышения надежности могут быть выигрыш надежности по вероятности отказа $G_q(t)$ и выигрыш по среднему времени безотказной работы G_T . Выигрышем надежности называется отношение показателя надежности резервированной системы к соответствующему показателю надежности нерезервированной системы.

Так как для резервированной системы с постоянно включенным резервом вероятность и среднее время безотказной работы выражаются формулами

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^{m+1}, \quad T_c = T_0 \cdot \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}, \quad (3.1)$$

то соответствующие выигрыши имеют вид:

$$G_q(t) = \frac{Q_0(t)}{Q_c(t)} = \frac{1}{(1 - e^{-\lambda \cdot t})^{m+1}} \quad (3.2)$$

$$G_T = \frac{T_c}{T_0} = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i} \quad (3.3)$$

В формулах приняты обозначения:

- $Q_0(t)$, T_0 — вероятность отказа и среднее время безотказной работы исходной (основной) системы;
- $Q_c(t)$, T_c — вероятность отказа и среднее время безотказной работы резервированной системы;
- $\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \text{const}$ — интенсивность отказа исходной нерезервированной системы.

Анализ выигрышей надежности позволяет сформулировать следующие важные свойства структурного резервирования:

1. Чем более надежна система и чем меньше время ее работы, тем выше эффективность резервирования;
2. Чем выше кратность резервирования, тем выше выигрыш надежности любому из критериев, однако с ростом кратности резервирования скорость роста выигрыша убывает;
3. При резервировании с постоянно включенным резервом значительное повышение кратности резервирования ведет к незначительному повышению среднего времени безотказной работы;
4. Интенсивность отказа резервированной системы

$$\lambda_c(t) = -\frac{P_c'(t)}{P_c(t)} \quad (3.4)$$

является возрастающей функцией времени. При $t = 0$ $\lambda_c(t) = 0$ и с ростом t $\lambda_c(t)$ асимптотически стремится к интенсивности отказа нерезервированной системы.

Существенное повышение надежности может достигаться путем применения нагрузочного резервирования. В процессе проектирования сложных технических систем конструктор не может уменьшить нагрузку на элементы более чем в 10 раз по сравнению с номинальной. При этом интенсивность отказов остается постоянной во времени и для многих элементов линейно убывает с уменьшением коэффициента нагрузки.

Сравнительный анализ надежности резервированных систем показывает, что нагрузочное резервирование может быть более эффективным в системах, предназначенных для длительной работы. Во многих практических случаях существует критическое время работы τ , после которого более целесообразным оказывается нагрузочное резервирование.

Указанные свойства резервирования полезно знать не только конструктору, но и инженеру, занимающемуся эксплуатацией техники, обеспечивая безопасность жизнедеятельности. Данная лабораторная работа позволит численно оценить эффективность резервирования, как средства повышения надежности и снижения риска.

3.3. Последовательность выполнения работы

Лабораторную работу следует выполнять в такой последовательности:

1. Исследование эффективности структурного резервирования.
2. Сравнительный анализ структурного и нагрузочного резервирования.
3. Исследование влияния последствий отказов на эффективность структурного резервирования.

В отчете о лабораторной работе должны быть следующие пункты:

1. Постановка задачи.
2. Результаты исследований в виде формул, графиков и таблиц по каждому из разделов 3.3.1—3.3.3.
3. Выводы по результатам исследований.

3.3.1. Исследование эффективности структурного резервирования

Оценка выигрыша надёжности по среднему времени безотказной работы

Оценить выигрыш G_T можно, если представить зависимость $G_T = G_T(m)$ в виде таблицы. Воспользуемся для этой цели системой Derive 5. Для решения задачи нужно выполнить следующие действия:

1. Ввести выражение $\frac{1}{i}$;
2. Образовать выражение $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$ с помощью кнопки **Find Sum** панели инструментов;
3. Протабулировать это выражение с помощью функции VECTOR (пункт меню **Calculus**), имеющей вид:

$$\text{VECTOR}([m, \#2], m, mn, mk, dm),$$

где #2 — номер выражения $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$ (в данном случае предполагается, что выражение находится в строке #2); mn, mk — начальное и конечное значения кратности резервирования; dm — шаг таблицы. Выберите mn = 0 (резервирование отсутствует), mk = 9 (в системе 10 подсистем, из которых 9 резервных), dm = 1.

Тогда функция будет иметь вид:

$$\text{VECTOR}([m, \#2], m, 0, 9, 1)$$

После выполнения функции (с помощью кнопки **Approximate**) на экране монитора появится решение в виде табл. 1.1.

Таблица 3.1. Выигрыш надёжности системы по среднему времени безотказной работы

m	G _T (m)
0	1
1	1,5
2	1,833333333
3	2,083333333
...	...
9	2,928968253

Проанализируйте данные таблицы и сделайте выводы.

Оценка выигрыша надёжности по вероятности отказа системы

Выигрыш $G_q(t)$ надёжности резервированной системы по вероятности отказа является функцией времени, зависящей от интенсивности отказа исходной системы и кратности резервирования.

Представим эту функцию в виде:

$$G(x, m) = \frac{1}{(1 - e^{-x})^m}, \quad (3.5)$$

где $x = \lambda \cdot t$.

Зависимости $G = G(x, m)$ приведены на рисунке 3.1

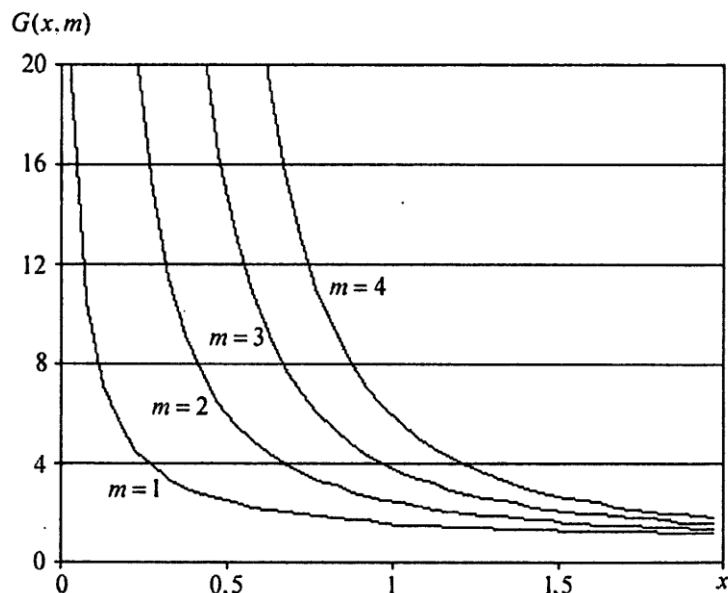


Рис. 3.1 – Выигрыш надёжности резервированной системы

Получим зависимость $G(x, m)$ в виде таблицы, воспользовавшись функцией VECTOR следующего вида:

VECTOR ([x, #2, #3, #4, #5] x, xn, xk, dx) ,

где #i — номера выражений для $G(x, m)$ на экране монитора, соответственно для $m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$. С позиции полноты анализа результатов и удобства их представления на экране выберем следующие значения параметров функции VECTOR: $xn = 0,1, xk = 2, dx = 0,2$.

Тогда функция будет иметь вид:

VECTOR ([x, #2, #3, #4, #5] , x, 0.1, 2, 0.2) .

Выражения выигрышей $G(x, m)$ $m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$ можно получить из формулы (1.5). Для этого необходимо в (1.5) подставить поочередно значения m , используя кнопку Sub панели инструментов. В результате на экране монитора будут выведены 4 выражения с присвоенными номерами, в нашем случае это строки #2, #3, #4, #5. После исполнения команды **Approximate** на экране появляется табл. 1.2.

Таблица 3.2. Результаты табулирования функции $G(x, m)$

$x \backslash m$	1	2	3	4
0,1	10,5083	110,425	1160,38	12193,7
0,3	3,85829	14,8864	57,4363	221,606
...	...	...	...	...
1,9	1,17587	1,38267	1,62585	1,91180

Шапка таблицы на экране отсутствует, ее можно составить самостоятельно. Проанализируйте данные таблицы и сделайте выводы.

Исследование свойств интенсивности отказа резервированной системы

Исследуем свойства интенсивности отказа, воспользовавшись зависимостью (3.4). Исследования целесообразно выполнить в такой последовательности:

1. Ввести выражение для вероятности безотказной работы резервированной системы $P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}$;

2. Нажать кнопку **Find Derivative** панели инструментов (или выбрать пункт меню **Calculus | Differentiate**), на экране появится окно **Calculus Differentiate**;

3. Установить на вкладке **Variable** переменную дифференцирования t , на вкладке **Order** установить порядок производной 1, после нажатия кнопки ОК на экране отобразится обозначение производной;

4. Нажать кнопку **Simplify** или **Approximate**— на экране появится выражение для производной;

5. Ввести выражение интенсивности отказа системы как $-(\#3/\#1)$ (предполагается, что в строке #1 находится выражение вероятности безотказной работы, а в строке #3 — производная), на экране появится выражение интенсивности отказов системы;

6. Определить диапазон изменения переменной m с помощью пункта меню **Declare | Variable Domain** (переменная m положительна в диапазоне от 0 до ∞), на экране появится запись:

$$7. m \in \text{Real}(0, \infty)$$

8. После нажатия кнопки **Find Limit** панели инструментов на экране отобразится окно **Calculus limit**;

9. Установить на вкладке **Variable** переменную t , а на вкладке **Limit Point** задать 0, после нажатия кнопки ОК на экране отобразится выражение предела;

10. После нажатия на кнопку **Simplify** или **Approximate** на экране появится значение предела — 0;

11. Присвоить переменной λ значение, которое указано в индивидуальном варианте.

12. Выполнить пункты 8 – 10 для случая $t \rightarrow \infty$, на экране появится значение предела $-\lambda$;

13. Получить выражения интенсивности отказа системы $\lambda_c(t)$, заменяя переменную m конкретными числовыми значениями ($m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$);

14. Получить семейство графиков функции $\lambda_c(t)$ при $m = 1, m = 2, m = 3$ и $m = 4$ соответственно. Для этого необходимо выбрать пункт меню **Insert | 2D-plot Object**, на экране появится окно построения графика. Ввести номер строки в котором находится выражение $\lambda_c(t)$ при $m = 1$ и нажать кнопку **Plot Expression** на панели инструментов. Аналогично добавить выражения $\lambda_c(t)$ при $m = 2, m = 3$ и $m = 4$. Установить необходимые масштабы по осям координат можно в окне **Set 2D-Plot Range** (пункт меню **Set | Plot Range**).

Процедуры вычислений для $\lambda=0,1$ имеют следующий вид:

$$\#1: 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^{m+1}$$

$$\#2: \frac{d}{dt} (1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^{m+1})$$

$$\#3: -\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t \cdot (m+1)} \cdot (m+1) \cdot (e^{\lambda \cdot t} - 1)^m$$

$$\#4: -\frac{-\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t \cdot (m+1)} \cdot (m+1) \cdot (e^{\lambda \cdot t} - 1)^m}{1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^{m+1}}$$

```

#5: m := Real (0, ∞)
#6: lim_{t→0} - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (m+1)} \cdot (m+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^m}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot m + 1})}
#7: 0
#8: \lambda := 0.1
#9: - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (m+1)} \cdot (m+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^m}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot m + 1})}
#10: lim_{t→∞} - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (m+1)} \cdot (m+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^m}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot m + 1})}
#11: 0.1
#12: - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (1+1)} \cdot (1+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^1}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot 1 + 1})}
#13: - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (2+1)} \cdot (2+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^2}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot 2 + 1})}
#14: - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (3+1)} \cdot (3+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^3}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot 3 + 1})}
#15: - \frac{-\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot (4+1)} \cdot (4+1) \cdot (\hat{e}^{\lambda \cdot t} - 1)^4}{1 - (1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot t \cdot 4 + 1})}

```

Графики функции $\lambda_c(t)$ при различных значениях m показаны на рисунке 3.2

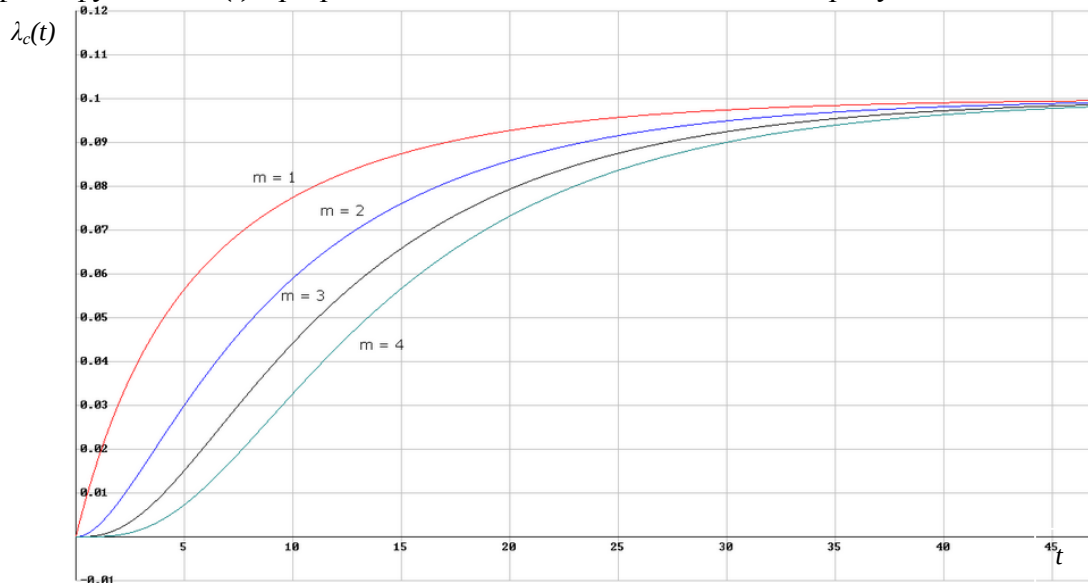


Рис. 3.2 – Зависимости интенсивностей отказов системы от времени

Из графиков видно, что при постоянной, отличной от нуля интенсивности отказов исходной системы, интенсивность отказа резервированной системы при $t = 0$ равна нулю и увеличивается с течением времени, стремясь к постоянной величине, равной интенсивности отказов нерезервированной системы.

3.3.2. Сравнительный анализ эффективности нагрузочного и структурного резервирования

Вероятность отказа $Q_c(t)$ и среднее время безотказной работы T_c системы при нагрузочном резервировании выражаются формулами:

$$Q_c(t) = 1 - e^{-\frac{\lambda t}{n}}, \quad T_c = \frac{n}{\lambda},$$

где n — число, показывающее, во сколько раз уменьшается интенсивность отказа системы при наличии нагрузочного резервирования.

Тогда выигрыш надежности при структурном резервировании по сравнению с нагрузочным будет равен:

$$G_q(t) = \frac{1 - e^{-\frac{\lambda t}{n}}}{(1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} \quad (3.6)$$

Построим график функции $G_q(t)$ помощью пункта меню **Insert | 2D-plot Object**. На рисунке 3.3 показаны графики для случаев $m = 1$, $n = 2, 5, 10$.

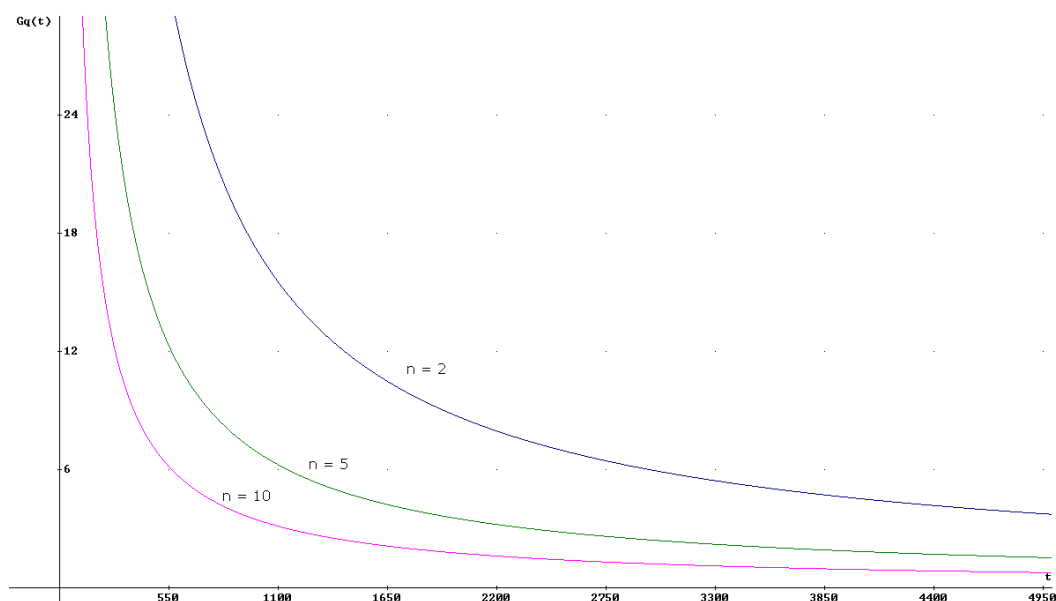


Рис. 3.3 – Графики выигрыша надёжности

Процедуры вычислений для $\lambda = 3 \cdot 10^5$ имеют следующий вид:


```

#1:  λ := 3·10-5
#2:  1 - e-λ·t/n
#3:  (1 - e-λ·t·m + 1)
#4:  
$$\frac{1 - e^{-\lambda \cdot t/n}}{(1 - e^{-\lambda \cdot t \cdot m + 1})}$$

#5:  
$$\frac{1 - e^{-\lambda \cdot t/2}}{(1 - e^{-\lambda \cdot t \cdot 1 + 1})}$$

#6:  
$$\frac{1 - e^{-\lambda \cdot t/5}}{(1 - e^{-\lambda \cdot t \cdot 1 + 1})}$$

#7:  
$$\frac{1 - e^{-\lambda \cdot t/10}}{(1 - e^{-\lambda \cdot t \cdot 1 + 1})}$$


```

Из графиков можно сделать следующие важные выводы:

- при малом времени работы системы целесообразно использовать структурное резервирование;
- область применения структурного резервирования тем шире, чем меньше n ;
- критическое значение целесообразности структурного резервирования зависит от его кратности m и величины нагрузочного резервирования n .

3.3.3. Исследование влияния последствия отказов

Рассмотрим следующую задачу: дана дублированная система; интенсивности отказа основной и резервной систем одинаковы и равны λ . При отказе одной из них нагрузка на исправную увеличивается и интенсивность отказа становится равной $\lambda_1 > \lambda$. Необходимо найти показатели надежности и оценить влияние последствия отказов.

Задачу решим с помощью пакета Derive 5 в такой последовательности:

1. Получим формулы для вероятности и среднего времени безотказной работы, для чего введем формулу:

$$P_c(t) = P^2(t) + 2 \cdot \int_0^t Q'(\tau) \cdot P(\tau) \cdot P_1(t - \tau) d\tau, \quad (1.7)$$

где $P(t) = e^{-\lambda \cdot t}$; $P(\tau) = e^{-\lambda \cdot \tau}$; $Q'(\tau)$ — производная от вероятности отказа $Q(\tau) = 1 - P(\tau)$; $P_1(t - \tau) = e^{-\lambda_1(t - \tau)}$.

Рекомендуется ввести первоначально составляющие формулы (1.7), а затем образовать саму формулу, оперируя номерами строк, которые присвоены составляющим;

2. Получим решение для $P_c(t)$ с помощью кнопки **Approximate**;

3. Найдем среднее время безотказной работы, вычислив интеграл от полученного выражения для $P_c(t)$ с помощью кнопки **Integrate**:

$$T = \int_0^{\infty} P_c(t) dt$$

В результате решения задачи получим следующие формулы:

$$P_c(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 2\lambda} e^{-2\lambda \cdot t} + \frac{2\lambda}{2\lambda - \lambda_1} e^{-\lambda_1 \cdot t},$$

$$T = \frac{\lambda_1 + 2\lambda}{2\lambda\lambda_1}$$

Обратим внимание на формулу для $P_c(t)$. Если $\lambda_1 = 2\lambda$, то формула не имеет смысла;

4. Найдем аналогично предыдущему решение для (1.7), подставив в составляющую $P_1(t - \tau)$;

5. Найдем новое значение среднего времени безотказной работы.

В результате решения получим следующие формулы:

$$P_c(t) = e^{-2\lambda \cdot t} (1 + 2\lambda t)$$

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

Далее показаны процедуры решения и конечные результаты:

$$\#1: \hat{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$\#2: \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$\#3: \hat{e}^{-\lambda_- \cdot (t - \tau)}$$

$$\#4: \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$\#5: \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda_- \cdot (t - \tau)}$$

$$\#6: \int_0^t \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda_- \cdot (t - \tau)} d\tau$$

$$\#7: (\hat{e}^{-\lambda \cdot t})^2 + 2 \cdot \int_0^t \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda_- \cdot (t - \tau)} d\tau$$

$$\#8: \frac{\lambda_- \cdot \hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t}}{\lambda_- - 2 \cdot \lambda} + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda_- \cdot t}}{2 \cdot \lambda - \lambda_-}$$

$$\#9: \lambda : \in \text{Real } (0, \infty)$$

$$\#10: \lambda_- : \in \text{Real } (0, \infty)$$

$$\#11: \int_0^\infty \left(\frac{\lambda_- \cdot \hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t}}{\lambda_- - 2 \cdot \lambda} + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda_- \cdot t}}{2 \cdot \lambda - \lambda_-} \right) dt$$

$$\#12: \frac{0.5 \cdot (2 \cdot \lambda + \lambda_-)}{\lambda \cdot \lambda_-}$$

$$\#13: (\hat{e}^{-\lambda \cdot t})^2 + 2 \cdot \int_0^t \lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-(2 \cdot \lambda) \cdot (t - \tau)} d\tau$$

$$\#14: \hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t} + 2 \cdot \lambda \cdot t \cdot \hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t}$$

$$\#15: \int_0^\infty (\hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t} + 2 \cdot \lambda \cdot t \cdot \hat{e}^{-2 \cdot \lambda \cdot t}) dt$$

$$\#16: \frac{1}{\lambda}$$

Анализ формул показывает, что последствие отказов может существенно снизить эффективность структурного резервирования. Так, например, если $\lambda_1 = 2\lambda$, то среднее время безотказной работы резервированной системы будет равно среднему времени безотказной работы нерезервированной системы, то есть резервирование не будет иметь смысла.

3.4. Варианты заданий

В заданиях λ – интенсивность отказа нерезервированной системы, час⁻¹

Варианты 1 - 12

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	3,8	4	1,5	2,7	1,9	3,2	4,1	1,2	5,9	3,7	7,5	2,6

Варианты 13- 24

Номер варианта	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\lambda \cdot 10^{-5}$, час ⁻¹	6,8	5	4,4	3,3	4,7	6,5	3,5	8,4	2,9	2,8	4,6	4,3

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

«ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СТРУКТУРНО РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИ ОБЩЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ ЗАМЕЩЕНИЕМ»

4.1. Постановка задачи

Дано:

- техническая система с основным соединением элементов;
- $\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ - интенсивность отказа нерезервированной системы, состоящей из n элементов;
- t — текущее время работы системы;
- m — кратность резервирования, не превосходящая по условиям физической реализуемости четырех, т. е., $m \leq 4$.

Необходимо:

- провести сравнительный анализ надежности однотипных систем при общем постоянном резервировании и при резервировании замещением;
- исследовать влияние надежности автомата контроля и коммутации на эффективность резервирования замещением;
- исследовать свойства интенсивности отказа резервированной системы.

4.2 Теоретическая часть

Основными показателями надежности невосстанавливаемых систем являются: $P_c(t)$ — вероятность безотказной работы в течение времени t , T_1 - среднее время безотказной работы. Формулы для $P_c(t)$ и T_1 случае резервирования замещением имеют вид:

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!} \quad (4.1)$$

$$T_1 = T_0(m + 1) \quad (4.2)$$

где $T_0 = \frac{1}{\lambda}$ - среднее время безотказной работы нерезервированной системы;

m - кратность резервирования.

Формулы справедливы для случая, когда основная и все резервные системы одинаковы и автомат контроля и коммутации, физически реализующий подключение резервной системы при отказе работающей, абсолютно надежен. Анализ формул (4.1) и (4.2) показывает, что эффективность резервирования замещением выше, чем при постоянно включенном резерве, а расход ресурса ниже. Однако резервирование замещением по сравнению с постоянно включенным резервом имеет ряд недостатков, основными из которых являются:

- необходимость автоматов контроля и коммутации для подключения резерва при отказе работающей системы;
- снижение производительности системы из-за того, что резервные системы не работают при исправной основной системе.

Учет надежности автомата контроля и коммутации снижает эффективность резервирования: при определенных условиях оно может оказаться нецелесообразным.

Показателями эффективности резервирования замещением могут быть выигрыши надежности по вероятности отказа $G_q(t)$ и по среднему времени безотказной работы G_T . Наибольший выигрыш по сравнению с постоянным резервом система имеет по среднему времени безотказной работы. Интенсивность отказа системы с увеличением времени работы

растет и при $t \rightarrow \infty$ стремится, как и при постоянном резервировании, к интенсивности отказа нерезервированной системы.

В процессе выполнения данной лабораторной работы студент должен убедиться в справедливости указанных ранее теоретических положений.

4.3. Последовательность выполнения лабораторной работы

Лабораторную работу необходимо выполнять в такой последовательности:

1. Исследовать эффективность структурного резервирования замещением при идеальном автомате контроля и коммутации.
2. Исследовать влияние автомата контроля и коммутации на эффективность структурного резервирования замещением.
3. Исследовать свойства интенсивности отказа резервированной системы. Отчет о лабораторной работе должен содержать следующие пункты:
 - 1) Постановка задач.
 - 2) Расчетные формулы.
 - 3) Таблицы и графики.
 - 4) Выводы по результатам исследований.

4.3.1. Исследование эффективности структурного резервирования замещением при идеальном автомате контроля и коммутации.

Эффективность резервирования замещением по сравнению с постоянно включенным резервом можно оценить по показателям выигрыша $G_q(t)$, G_T , которые имеют вид:

$$G_q(t) = \frac{Q_1(t)}{Q_2(t)} = \frac{(1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}{1 - e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}}, \quad (4.3)$$

$$G_T = \frac{m+1}{\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}},$$

где $Q_1(t)$ — вероятность отказа системы при резервировании с постоянно включенным резервом;

$Q_2(t)$ — вероятность отказа системы при резервировании замещением.

Оценить эффективность резервирования можно, если функции выигрыша представить в виде таблиц и графиков. Выполним исследования с помощью компьютерных технологий, используя систему Derive 6.

Оценка выигрыша надежности по вероятности отказа.

Представим функцию $G_q(t)$ в виде таблицы и графика.

Обозначим $\lambda t = x$, тогда $G_q(t)$ будет иметь вид:

$$G_q(x, m) = \frac{(1 - e^{-x})^{m+1}}{1 - e^{-x} \sum_{i=0}^m \frac{x^i}{i!}}.$$

Задача решается в следующей последовательности:

- ввести выражение $\frac{x^i}{i!}$;

- образовать выражение $\sum_{i=0}^m \frac{x^i}{i!}$ с помощью кнопки **Find Sum** панели инструментов (пусть это выражение на экране монитора находится в строке #2);

- образовать выражение $\frac{(1-e^{-x})^{m+1}}{1-e^{-x} \cdot \#2}$, на экране появится выражение выигрыша $G_q(x,m)$;

- получить выражение для выигрыша $G_q(x,m)$ при $m=1, m=2, m=3, m=4$, воспользовавшись командой **Variable Substitution** (пусть эти выражения на экране имеют номера #4, #5, #6, #7);

- протабулировать выигрыши с помощью функции:

VECTOR ([x,#4,#5,#6,#7], x, xn, xk, dx).

В целях наглядности табличного представления выигрыша выберем следующий диапазон изменения аргумента x : $xn = 0.1$; $xk = 2$; $dx = 0.2$.

После выполнения команды на экране появится таблица выигрышей для четырех значений кратности m .

Процедуры образования таблицы $G_q(x,m)$ имеют вид:

$$\#1: \frac{x^i}{i!}$$

$$\#2: \sum_{i=0}^m \frac{x^i}{i!}$$

$$\#3: \frac{(1-\hat{e}^{-x})^{m+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{x^i}{i!}}$$

$$\#4: \frac{(1-\hat{e}^{-x})^{1+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{x^i}{i!}}$$

$$\#5: \frac{(1-\hat{e}^{-x})^{2+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^2 \frac{x^i}{i!}}$$

$$\#6: \frac{(1-\hat{e}^{-x})^{3+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^3 \frac{x^i}{i!}}$$

$$\#7: \frac{(1-\hat{e}^{-x})^{4+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^4 \frac{x^i}{i!}}$$

#8: VECTOR([x, $\frac{(1-\hat{e}^{-x})^{1+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{x^i}{i!}}$, $\frac{(1-\hat{e}^{-x})^{2+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^2 \frac{x^i}{i!}}$, $\frac{(1-\hat{e}^{-x})^{3+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^3 \frac{x^i}{i!}}$, $\frac{(1-\hat{e}^{-x})^{4+1}}{1-\hat{e}^{-x} \cdot \sum_{i=0}^4 \frac{x^i}{i!}}$], x, 0.1, 2, 0.2)

#9:

0.1	1.935504675	5.572372046	21.31873640	101.7797845
0.3	1.818676231	4.836954987	16.97636131	74.09291250
0.5	1.716310849	4.233913517	13.68368472	54.79414754
0.7	1.626561298	3.736749640	11.16283853	41.15889064
0.9	1.547834087	3.324727415	9.214572854	31.39557328
1.1	1.478751769	2.981542171	7.694844901	24.31228785
1.3	1.418121073	2.694311361	6.498672094	19.10685924
1.5	1.364905963	2.452806455	5.548917070	15.23318075
1.7	1.318204853	2.248866066	4.788443216	12.31522561
1.9	1.277231347	2.075945815	4.174588855	10.09115727

Шапка таблицы #9 на экране отсутствует, создайте ее сами в отчете о лабораторной работе. Числа в таблице округлите до двух значащих цифр после запятой, как это сделано в табл. 4.1.

Представьте таблицу в отчете и сделайте соответствующие выводы. Обратите внимание на главную особенность структурного резервирования: с ростом кратности m эффективность резервирования возрастает, причем она тем значительней, чем выше надежность (меньше интенсивность отказов) нерезервированной системы и чем меньше длительность ее работы. Выводы в отчете подтверждайте цифровыми данными таблицы.

Таблица 4.1. Выигрыш надежности $G_q(x, m)$

$x \backslash m$	1	2	3	4
0,1	1,94	5,57	21,32	101,78
0,3	1,82	4,84	16,98	74,09
...	...	...	...	...
1,9	1.28	2,08	4,17	10,09

Представим функции $G_q(x, m)$ в виде графиков, воспользовавшись командой **2D-plot window** панели инструментов (рис. 4.1). Представьте графики в отчете и дайте им объяснения.

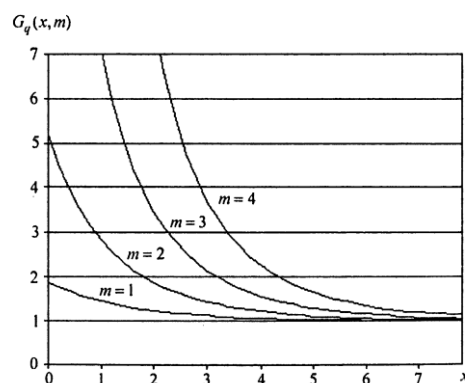


Рис. 4.1. Выигрыш надежности $G_q(x, m)$ при различных значениях m
Оценка выигрыша надежности по среднему времени безотказной работы системы.

Технология решения задачи состоит в выполнении следующих процедур:

- ввести выражение $\frac{1}{i}$;
- образовать с помощью кнопки **Sum** сумму $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$ (пусть это выражение имеет на экране номер #2);
- образовать выражение $\frac{m+1}{\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}}$;
- протабулировать функцию $G_T(m)$ с помощью функции: VECTOR ([m, #2], m, mn, mk, dm), приняв параметры таблицы равными mn = 1; mk = 9; dm = 1. Процедуры решения задачи на экране будут иметь вид:

#1: $\frac{1}{i}$

#2: $\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}$

#3: $\frac{m+1}{\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}}$

#4: VECTOR ([m, $\frac{m+1}{\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}}$], m, 1, 10)

#5:
$$\begin{bmatrix} 1 & 1.333333333 \\ 2 & 1.636363636 \\ 3 & 1.92 \\ 4 & 2.189781021 \\ 5 & 2.448979591 \\ 6 & 2.699724517 \\ \dots & \dots \\ 9 & 3.414171521 \\ 10 & 3.642532044 \end{bmatrix}$$

Зависимость $G_T(m)$ близка к линейной. Убедимся в этом, решив задачу интерполяции. Применим полиномиальную интерполяцию, приближенную в узлах. В Derive 6 она реализуется функцией FIT (строки #6 и # 7). В строке #6 (в тексте отсутствует) находится матрица строки #7 без слова FIT (строка #7). Результатом решения будет линейная функция $G_T = 0,25m + 1,14$ (строка #8).


```

#7:  FIT
      m      a+b·m
      1  1.333333333
      2  1.636363636
      3    1.92
      4  2.189781021
      5  2.448979591
      6  2.699724517
      7  2.943495400
      8  3.181371861
      9  3.414171521
     10  3.642532044

```

```

#8:                                0.2548253997·m+1.139435594

```

На рис. 4.2 показаны графики линейной функции (сплошная линия) и табличные значения функции (семейство точек). Графики построены с помощью кнопки **2D-plot window** панели инструментов. В строках #11 и #12 приведены результаты табулирования линейной функции с помощью функции TABLE. Сравнение таблиц #5 и #12 показывает, что погрешность интерполяции не велика и линейная функция может быть математической моделью выигрыша надежности $G_T(m)$.

```

#11:  TABLE (0.2548253997·m+1.139435594, m, 1, 10, 1)

```

```

#12:
      1  1.394260993
      2  1.649086393
      3  1.903911793
      4  2.158737192
      5  2.413562592
      6  2.668387992
      7  2.923213391
      8  3.178038791
      9  3.432864191
     10  3.687689591

```

Рис. 4.2. Зависимость $G_T(m)$.

4.3.2. Исследование влияния автомата контроля и коммутации на эффективность резервирования замещением.

При наличии автомата контроля и коммутации структурная схема резервированной системы с кратностью $m = 1$ будет выглядеть так, как показано на рис. 1.3.

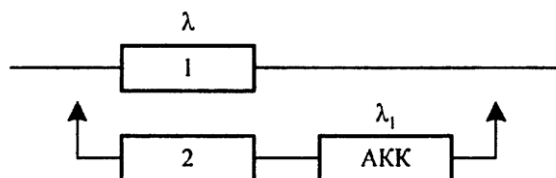


Рис. 4.3. Структурная схема резервированной системы с автоматом контроля и коммутации

На рис. 4.3 приняты следующие обозначения:

- 1,2 - основная и резервная системы соответственно;
- АКК - автомат контроля и коммутаций;
- λ , λ_1 - интенсивности отказа системы и автомата соответственно.

Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ можно представить в следующем виде:

$$P_c(t) = P(t) + \int_0^t Q'(\tau) P_1(\tau) P(t - \tau) d\tau, \quad (4.4)$$

где:

- τ — момент времени отказа основной системы;
- $P(t)$ — вероятность безотказной работы основной системы в течение времени t ;
- $P(t - \tau)$ — вероятность безотказной работы резервной системы в течение времени $(t - \tau)$, т. е. с момента замещения до t ;
- $P_1(\tau)$ — вероятность безотказной работы автомата контроля и коммутации в течение времени τ , т. е. до момента отказа основной системы;
- $Q'(\tau)$ — производная от вероятности отказа основной системы в момент τ .

При $\lambda = \text{const}$ выражения для составляющих в формуле (4.4) имеют вид:

$$P(t) = e^{-\lambda t}, \quad P(t - \tau) = e^{-\lambda(t - \tau)}, \quad Q(\tau) = 1 - e^{-\lambda \tau}, \quad P_1(\tau) = e^{-\lambda_1 \tau}. \quad (4.5)$$

Получим расчетные формулы с помощью Derive 6. Решение получим в такой последовательности выполнения команд:

- ввести правые части выражений (4.5); пусть этим выражениям присвоены номера: #1, #2, #3 и #4;
- получить производную от $Q(t)$ с помощью кнопки **Find Derivative** панели инструментов (пусть производной присвоен #5);
- ввести выражение #5*#2,*#4;
- образовать интеграл от последнего выражения с помощью кнопки **Find Integral**, не вычисляя первообразной (пусть интегралу присвоен #6);
- ввести выражение #1 + #6;
- получить решение для $P_c(t)$ с помощью кнопки **Simplify** или **Approximate**.

Упрощая полученное решение по переменной t с помощью кнопки **Expand**, окончательно получим формулу для вероятности безотказной работы в следующем виде:

$$P_c(t) = \frac{\lambda + \lambda_1}{\lambda_1} e^{-\lambda t} - \frac{\lambda}{\lambda_1} e^{-(\lambda + \lambda_1)t}.$$

Интегрируя $P_c(t)$ от 0 до ∞ с помощью кнопки Find Integral, получим формулу для среднего времени безотказной работы системы. При этом следует иметь в виду, что интеграл от $P_c(t)$ существует лишь при условии, что λ и λ_1 (в программе) действительны и положительны. Установим с помощью меню **Declare/Variable Domain** эти значения и проинтегрируем $P_c(t)$. В результате интегрирования будет получена следующая формула для среднего времени безотказной работы системы:

$$T_1 = \frac{2\lambda + \lambda_1}{\lambda(\lambda + \lambda_1)}.$$

Процедуры получения формул на экране монитора имеют вид:

- #1: $\hat{e}^{-\lambda \cdot t}$
- #2: $\hat{e}^{-\lambda \cdot (t - \tau)}$
- #3: $1 - \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot \tau}$

$$\#4: \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot \tau}$$

$$\#5: \frac{d}{d\tau}(1 - \hat{e}^{-\lambda \cdot \tau})$$

$$\#6: \lambda \cdot \hat{e}^{-\tau \cdot \lambda}$$

$$\#7: \lambda \cdot \hat{e}^{-\tau \cdot \lambda} \cdot \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot (t-\tau)}$$

$$\#8: \int_0^t \lambda \cdot \hat{e}^{-\tau \cdot \lambda} \cdot \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot (t-\tau)} d\tau$$

$$\#9: \hat{e}^{-\lambda \cdot t} + \int_0^t \lambda \cdot \hat{e}^{-\tau \cdot \lambda} \cdot \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot \tau} \cdot \hat{e}^{-\lambda \cdot (t-\tau)} d\tau$$

$$\#10: \hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \left(\frac{\lambda + \lambda_1}{\lambda_1} - \frac{\lambda \cdot \hat{e}^{-\lambda_1 \cdot t}}{\lambda_1} \right)$$

$$\#11: \frac{\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot (\lambda + \lambda_1)}{\lambda_1} - \frac{\lambda \cdot \hat{e}^{-t \cdot (\lambda + \lambda_1)}}{\lambda_1}$$

$$\#12: \lambda \in \text{Real}(0, \infty)$$

$$\#13: \lambda_1 \in \text{Real}(0, \infty)$$

$$\#14: \int_0^\infty \left(\frac{\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot (\lambda + \lambda_1)}{\lambda_1} - \frac{\lambda \cdot \hat{e}^{-t \cdot (\lambda + \lambda_1)}}{\lambda_1} \right) dt$$

$$\#15: \frac{2 \cdot \lambda + \lambda_1}{\lambda \cdot (\lambda + \lambda_1)}$$

На рис. 4.4 приведены графики $P_c(t)$ для случая $\lambda = 0,1$ и $\lambda_1 = 0; 0,1; 0,2$.

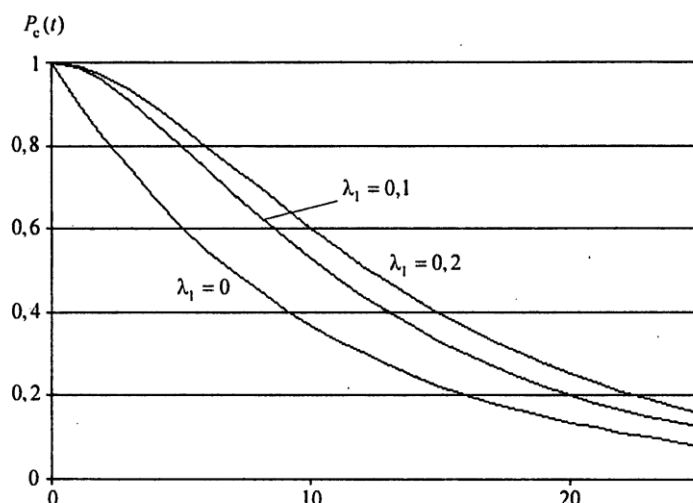


Рис. 4.4. Зависимость $P_c(t)$ с учетом автомата контроля и коммутации при различных значениях

Из графиков видно, что автомат контроля и коммутации снижает вероятность безотказной работы резервированной системы.

Проанализируйте полученные формулы для $P_c(t)$ и T_1 и сделайте выводы о целесообразности резервирования замещением. Установите, при каком соотношении λ и λ_1 резервирование замещением менее эффективно, чем резервирование с постоянно включенным резервом, объясните ваши выводы физическими соображениями. Обратите внимание, что при $\lambda = \lambda_1$ среднее время безотказной работы системы равно среднему времени безотказной работы дублированной системы с постоянно включенным резервом. Вычислите выражение (4.4) «вручную» и убедитесь, что формулы, полученные с помощью Derive, верны.

4.3.3. Исследование свойств интенсивности отказа резервированной системы

Интенсивность отказа системы при любой ее структуре имеет вид:

$$\lambda_c(t) = -\frac{P'_c(t)}{P_c(t)}.$$

Исследуем свойства интенсивности отказа системы, построив графики функции $\lambda_c(t)$ и определив предельные значения $\lambda_c(t)$ при $t = 0$ и $t \rightarrow \infty$. Получим функцию $\lambda_c(t)$, воспользовавшись формулой (4.1).

Построение графика функции $\lambda_c(t)$ выполняется следующим образом:

- ввести выражения $\frac{(\lambda t)^i}{i!}$ и $e^{-\lambda t}$;
- образовать выражение $\sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}$ помощью кнопки **Sum** панели инструментов;
- образовать выражение для $P_c(t)$ как $e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}$;
- образовать производную с обратным знаком от последнего выражения, пользуясь кнопкой **Find Derivative**;
- получить на экране выражение для $\lambda_c(t)$, пользуясь номерами строк, в которых находятся выражения для $P_c(t)$ и $-P'_c(t)$;
- построить графики $\lambda_c(t)$ при $m = 1, m = 2, m = 3, m = 4$ и при заданном значении λ , например при $\lambda = 0,1$.

Графики изображены на рис. 4.5, а процедуры их получения имеют вид:

#1: $\hat{e}^{-\lambda \cdot t}$

#2: $\frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!}$

#3: $\sum_{i=0}^m \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!}$

#4: $\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!}$

#5: $\frac{d}{dt} \left(\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!} \right)$

$$\#6: \quad \hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - \lambda \cdot \sum_{i=0}^m \frac{\lambda^i \cdot t^i}{i!} \right)$$

$$\#7: \quad \frac{\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^m \frac{\lambda^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - \lambda \cdot \sum_{i=0}^m \frac{\lambda^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#8: \quad \frac{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^m \frac{0.1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 0.1 \cdot \sum_{i=0}^m \frac{0.1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(0.1 \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#9: \quad \frac{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^1 \frac{0.1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 0.1 \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{0.1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{(0.1 \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#10: \quad \frac{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^2 \frac{0.1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 0.1 \cdot \sum_{i=0}^2 \frac{0.1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^2 \frac{(0.1 \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#11: \quad \frac{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^3 \frac{0.1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 0.1 \cdot \sum_{i=0}^3 \frac{0.1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^3 \frac{(0.1 \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#12: \quad \frac{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^4 \frac{0.1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 0.1 \cdot \sum_{i=0}^4 \frac{0.1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-0.1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^4 \frac{(0.1 \cdot t)^i}{i!}}$$

$$\#13: \quad \frac{\hat{e}^{-1 \cdot t} \cdot \left(\frac{\sum_{i=0}^m \frac{1^i \cdot t^i}{(i-1)!}}{t} - 1 \cdot \sum_{i=0}^m \frac{1^i \cdot t^i}{i!} \right)}{\hat{e}^{-1 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(1 \cdot t)^i}{i!}}$$

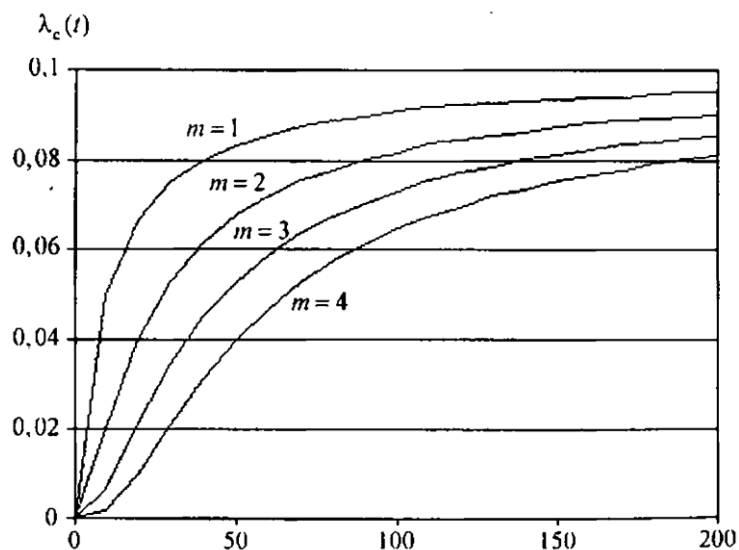


Рис. 4.5. Интенсивность отказов системы (t) при различных значениях m

Обратите внимание на то, что независимо от кратности резервирования m график функции $\lambda_c(t)$ начинается с нуля и асимптотически стремится к интенсивности отказа нерезервированной системы, в данном случае к $\lambda = 0,1 \text{ час}^{-1}$. Пользуясь кнопкой **Find Limit**, определите предельные значения $\lambda_c(t)$ при $t \rightarrow 0$ и $t \rightarrow \infty$ для $\lambda = 0,1 \text{ час}^{-1}$ и $m = 4$.

Приведите графики в отчете о лабораторной работе (в качественном виде) и сделайте соответствующие выводы.

4.4. Варианты заданий

Варианты 1-8

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}, \text{час}^{-1}$	3,8	4	1,5	2,7	1,9	3,2	4,1	1,2

Варианты 9-16

Номер варианта	9	10	11	12	13	14	15	16
$\lambda \cdot 10^{-5}, \text{час}^{-1}$	5,9	3,7	7,5	2,6	6,8	5	4,4	3,3

Варианты 17-25

Номер варианта	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\lambda \cdot 10^{-5}, \text{час}^{-1}$	4,7	6,5	3,5	8,4	2,9	2,8	4,6	4,3	6,2

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5.

«ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ»

5.1. Постановка задачи

Дано:

n - число элементов нерезервированной системы;

λ_i, μ_i - интенсивность отказа и восстановление элемента i -го типа, $1, 2, \dots, n$;

T - общее время работы системы;

r_i - риск системы из-за отказа i -го элемента, $i=1, 2, \dots, n$;

R - допустимый риск.

Определить:

T - наработку системы на отказ;

$K(t)$, K - функция и коэффициент готовности системы;

R - техногенный риск системы.

Необходимо также исследовать свойства нерезервированной восстанавливаемой системы.

Исходные данные индивидуальные задания приведены далее в разд. 5.5.

5.2. Сведения из теории.

Основными показателями надежности восстанавливаемых технических систем является наработка на отказ T , функция готовности $K(t)$ и коэффициент надежности K .

В общем случае эти показатели зависят от интенсивности отказов и восстановлений элементов системы, времени ее непрерывной работы, вида и краткости резервирования. В случае не резервированной системы они вычисляются по следующим формулам:

$$K_r(t) = \frac{\mu_c}{\lambda_c + \mu_c} + \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \mu_c} e^{-(\lambda_c + \mu_c)t}, \quad (5.1)$$

$$K_r = \lim_{t \rightarrow \infty} K_r(t) = \frac{\mu_c}{\lambda_c + \mu_c}, \quad (5.2)$$

$$K_r = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}, \quad (5.3)$$

$$T = \frac{1}{\lambda_c}, \quad (5.4)$$

где λ_n - интенсивность отказа системы;

μ_n - интенсивность восстановления системы вычисляется по формуле:

$$\mu_c = \frac{\lambda_c}{\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}. \quad (5.5)$$

Следует иметь в виду, что формула (5.1) является приближенной, погрешность которой зависит от исходных данных.

Граф состояний нерезервированной восстанавливаемой системы имеет вид, приведенный на рис. 5.1.

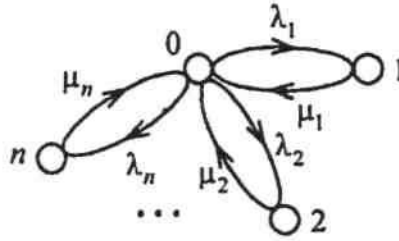


Рис 5.1. Граф состояний нерезервированной восстанавливаемой системы.

Функцию готовности системы можно определить следующими двумя способами:

Способ 1: Обозначим через $p_i(t)$ вероятность пребывания системы в момент времени в состоянии $i=0,1,2,\dots,n$. Тогда функционирование восстанавливаемой нерезервированной системы описывается следующей системой дифференциальных уравнений, составленной по графику состояний (рис 5.1)

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_c p_0(t) + \sum_{i=1}^n \mu_i p_i(t); \\ \frac{dp_i(t)}{dt} = \lambda_i p_0(t) - \mu_i p_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Система дифференциальных уравнений решается численными методами при следующих начальных условиях: $p_i = 1, p_i(0) = p_1(0) - \dots - p_n(0) = 0$. Тогда функция готовности системы равна вероятности ее исправного состояния, т.е. $K_T(t) = p_i(t)$.

Способ 2: Будем рассматривать не резервированную систему как один элемент имеющий интенсивность отказа λ_n и интенсивность восстановления μ_n . Тогда функционирование системы можно описать графом, изображенном на рис. 5.2.

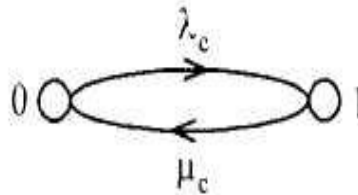


Рис 5.2 Обобщенный график состояний системы.

Из графа следует, что система может находиться лишь в двух состояниях: исправном (0) и отказовом (1). Тогда ее функционирование можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_c p_0(t) + \mu_c p_1(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_c p_0(t) - \mu_c p_1(t) \end{cases} \quad (5.7)$$

с начальными условиями: $p_0(0) = 1, p_1(0) = 0$. Решением этой системы является функция (5.1).

Восстанавливаемые системы — это системы многократного использования. В течение времени "жизни" они могут отказывать и ремонтироваться. Тогда общий риск системы можно вычислить по формуле:

$$R(t) = \int_0^t K_r(\tau) d\tau \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i. \quad (5.8)$$

Расчет функции готовности $K_r(t)$ является сложной задачей. Поэтому целесообразно пользоваться следующими двусторонними оценками для вычисления риска системы:

$$K_r(t) \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i \leq R_t \leq t \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i. \quad (5.9)$$

где K_r — коэффициент готовности системы.

Восстанавливаемые нерезервированные технические системы в смысле надежности имеют следующие важные свойства:

1. Нарботка на отказ системы не зависит от восстановления и численно равна среднему времени ее безотказной работы. Это свойство присуще лишь таким системам, элементы которых имеют постоянные интенсивности отказов.
2. Функция готовности является убывающей функцией времени, при $t = 0$ $K_r(0) = 1$ и с ростом t убывает и стремится к постоянной величине, равной коэффициенту готовности. Это свойство также справедливо для систем, элементы которых имеют постоянные интенсивности отказов.

3. Коэффициент готовности зависит от отношений $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$; чем

меньше эти отношения, тем выше функция и коэффициент готовности.

4. Риск высоконадежной системы линейно возрастает со временем, определяется только надежностью техники и практически не зависит от интенсивности ее восстановления.

При выполнении этой лабораторной работы студент должен убедиться в истинности этих положений.

5.3. Последовательность выполнения работы.

Лабораторную работу целесообразно выполнять в такой последовательности:

1. Определить наработку на отказ системы.
2. Исследовать функцию и коэффициент готовности системы.
3. Выполнить анализ риска системы.

Отчет о лабораторной работе должен содержать следующие пункты:

1. Постановка задачи.
2. Уравнения и расчеты формулы.
3. Таблицы и графики.
4. Выводы по каждому пункту и по результатам работы в целом.

5.4 Пример выполнения лабораторной работы.

Пусть нерезервированная система имеет следующие исходные данные:

- Число элементов в системы $n=8$;
- Время жизни (долговечность) системы $T_n=1200$ час;
- Допустимый риск системы $R \leq 2600$ усл.ед;
- Значение риска, интенсивностей отказов и восстановления элементов системы приведены в таб. 5.1.

Таблица 1. Исходные данные задачи

λ	0,2	0,3	0,7	0,4	0,1	0,25	0,8	0,9
μ	1	2,5	1,6	1,6	0,8	7	3,2	0,4
γ	1000	780	10000	700	900	380	1000	600

$n=8$

$T=1200$

5.4.1. Определение наработки на отказ системы

В случае не резервированной системы наработка на отказ T вычисляется по формуле

$$T = \frac{1}{\lambda_c}, \text{ где } \lambda_c = \sum \lambda_i$$

Сначала производится расчет λ_c , а затем высчитывается T

$\lambda_c =$	3,65
НАРАБОТКА НА ОТКАЗ (T) =	0,273973

5.4.2. Исследование функции готовности системы и расчет коэффициента готовности системы

Функция готовности $K(t)$ и коэффициент надежности K зависят от интенсивности отказов и восстановлений элементов системы, времени ее непрерывной работы. Эти показатели вычисляются по следующим формулам:

$$K_t = \lim_{t \rightarrow \infty} K_r(t) = \frac{\mu_c}{\lambda_c + \mu_c},$$

$$K_t = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}},$$

Коэффициент готовности системы подсчитывается посредством вычисленных заранее λ_c и μ_c .

$\mu_c =$	0,995035
$\lambda_c =$	3,65
КОЭФИЦИЕНТ НАДЕЖНОСТИ (Kr)=	0,214215

Также высчитывается функция готовности для всех λ_i и μ_i .

ФУНКЦИЯ ГОТОВНОСТИ	0,833333	0,892857	0,695652	0,8	0,888889	0,965517	0,8	0,307692
-----------------------	----------	----------	----------	-----	----------	----------	-----	----------

Строятся графики зависимостей функции готовности от интенсивности отказа и от интенсивности восстановления.

ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ФУНКЦИИ ГОТОВНОСТИ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗА

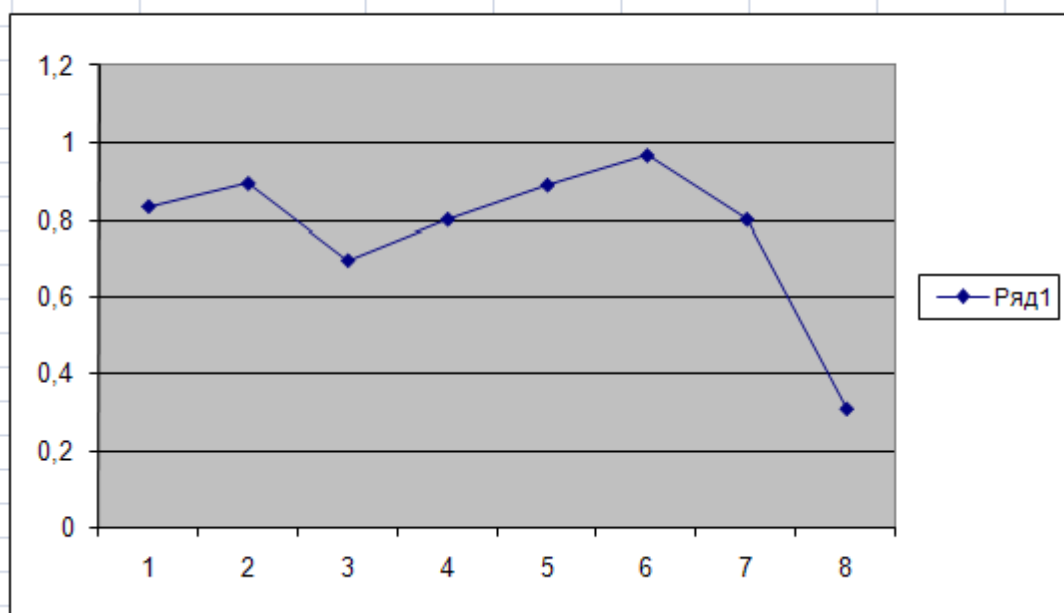
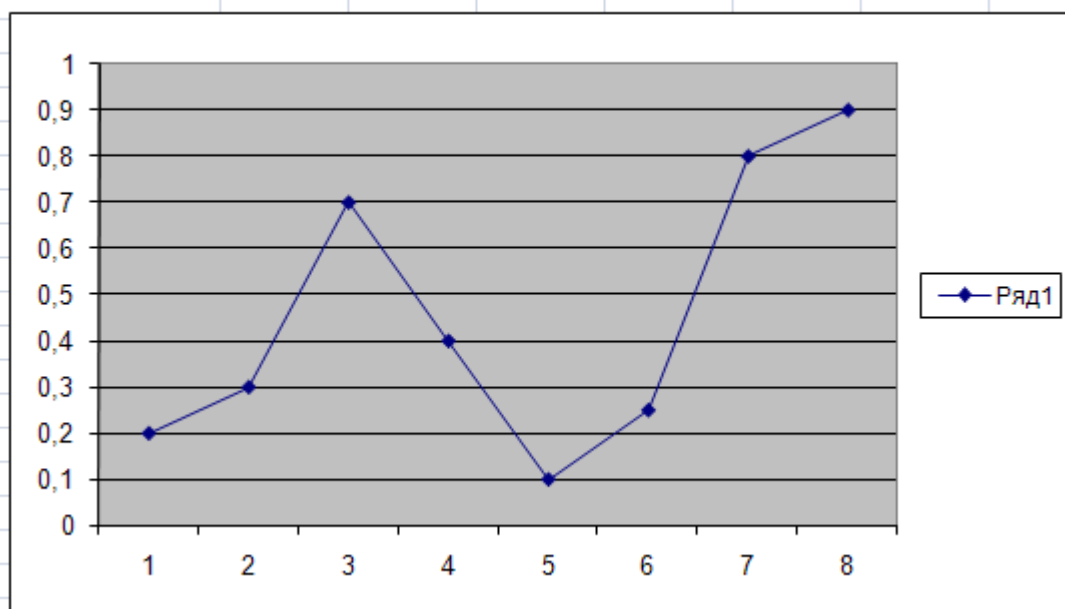


ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ Ф-ИИ ГОТ-ТИ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ



5.4.3. Анализ риска системы

Риск системы может быть приближенно подсчитан следующим образом.

Известно, что риск системы удовлетворяет следующему неравенству

$$K_r t \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i \cdot 10^{-4} \leq R(t) \leq t \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i \cdot 10^{-4}$$

Поэтому по - отдельности считаются левая и правая части неравенства

АНАЛИЗ РИСКА		НИЖЕ ПРИВЕДЕНЫ ГРАНИЦЫ РИСКА СИСТЕМЫ	
ЛЕВАЯ ГРАНИЦА	237,4955	ПРАВАЯ ГРАНИЦА	1108,68

Т.е. $237,4955 \leq R(t) \leq 1108,68$

Риск системы можно считать приближенно равным среднему арифметическому из полученных оценок. Так как техногенный риск меньше допустимого, равного 2500, то такая система пригодна для эксплуатации.

5.5.Варианты заданий к лабораторной работе.

В вариантах приняты обозначения:

T- время жизни (долговечность) системы, в часах;

R- допустимый риск, в усл.ед;

λ - интенсивность отказа элемента i-го типа, в часах;

r- риск системы из-за отказа i-го элемента, в усл.ед;

μ - интенсивность восстановления i-го элемента системы, в часах;

Вариант 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,2	0,25	0,05	0,06	0,1	0,7	0,34	0,08
μ	0,2	0,16	0,07	0,08	0,8	1	0,85	0,6
R	65	38	3000	12000	800	340	640	830

T= 1200 час,

R = 2600 усл. ед.

Вариант 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,2	0,25	0,05	0,06	0,1	0,7	0,34	0,08

μ	0,2	0,16	0,07	0,08	0,8	1	0,85	0,6
R	65	38	3000	12000	800	340	640	830

$T = 2000$ час,

$R = 3000$ усл. ед.

Вариант 3

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,2	0,3	0,7	0,4	0,1	0,25	0,8	0,9
μ	1	2,5	1,6	1,6	0,8	7	3,2	0,4
R	1000	780	10000	700	900	380	1000	600

$T = 1200$ час,

$R = 2600$ усл. ед.

Вариант 4

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,1	0,3	0,25	0,6	0,7	0,35	0,8	0,15
μ	2	3,1	1,6	1,2	2,1	1,5	1	1
r	600	700	580	1200	2100	820	340	160

$T = 2350$ час,

$R = 2500$ усл. ед.

Вариант 5

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,7	0,3	0,1	0,65	0,2	0,1	0,12	0,4
μ	1	1,2	0,9	1,8	2,6	1,8	1	1,6
r	650	720	1900	680	1080	608	730	2000

$T = 1850$ час,

$R = 2300$ усл. ед.

Вариант 6

№	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	0,7	0,3	0,1	0,65	0,2	0,1	0,12	0,4
μ	1	1,2	0,9	1,8	2,6	1,8	1	1,6
r	650	720	1900	680	1080	608	730	2000

$T = 1200$ час,

$R = 2600$ усл. ед.

Далее приводятся варианты заданий с 7 по 25. в таблицах указаны номера вариантов, из которых следует взять значения.

Вариант 7-15

Номер варианта	7	8	9	10	11	12	13	14	15
λ	2	3	4	5	1	2	3	4	5
μ	4	1	2	1	2	3	4	5	2
r	3	4	5	1	3	4	5	2	1

$T = 1000$ час,

$R = 2500$ усл. ед.

Вариант 16-25

Номер варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
λ	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
μ	3	1	5	1	3	2	5	2	3	4
r	4	5	1	2	2	4	3	5	1	2

$$T = 1500 \text{ час,}$$

$$R = 2700 \text{ усл. ед.}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

«ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА РЕЗЕРВИРОВАННОЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ»

Целью работы является изучение влияния восстановления (ремонта) на надежность и риск технической системы.

6.1. Постановка задачи

Дана техническая система, имеющая следующие показатели:

T_c – срок службы (долговечность), лет;

t – время непрерывной работы, час;

λ – интенсивность отказов, час⁻¹;

μ – интенсивность восстановления, час⁻¹; m — допустимая кратность резервирования;

r — риск из-за отказов системы, усл. ед.;

$R\{t\}$ — допустимый риск в течение времени t , усл. ед.

Определить:

- показатели надежности и риска исходной нерезервированной системы;
- показатели надежности и риска резервированной системы с заданной кратностью резервирования m ;
- эффективность резервирования и восстановления как средств повышения надежности и снижения риска техники.

Варианты заданий приведены в *разделе 6.5*.

6.2. Сведения из теории

Основными показателями надежности восстанавливаемых систем являются наработка на отказ T , функция готовности $K_t(t)$, коэффициент готовности K_r . Эти показатели зависят от следующих основных факторов: вид и кратность резервирования, дисциплина обслуживания.

Для повышения надежности техники наиболее часто применяются два вида резервирования: с постоянно включенным резервом и по методу замещения. При этом обслуживание системы может осуществляться с двумя видами приоритета - прямым и обратным. При прямом приоритете техника обслуживается в порядке ее поступления в ремонт. При обратном приоритете первой обслуживается система, поступившая в ремонт последней. Структурное резервирование с возможностью восстановления отказавших элементов в процессе функционирования системы является наиболее эффективным способом обеспечения и повышения надежности техники и снижения техногенного риска. Однако применение резервирования удорожает технику и ее эксплуатацию. Поэтому кратность резервирования ограничена, и в большинстве случаев применяется резервирование с кратностью от $= 1$ (дублирование). Из двух указанных видов резервирования наибольший выигрыш надежности достигается при резервировании замещением. Однако это резервирование имеет два существенных недостатка:

1) для его физической реализуемости требуется автомат контроля состояния системы и коммутации при отказе работающей системы;

2) снижается производительность системы, т. к. резервные системы до замещения не работают.

По этим причинам на практике наиболее часто применяется резервирование с постоянно включенным резервом.

Наработка на отказ и коэффициент готовности резервированных восстанавливаемых систем при одной обслуживающей бригаде вычисляются по следующим формулам:

а) для системы с постоянно включенным резервом:

$$T = T_0 \sum_{i=0}^m \frac{1}{(i+1)! \rho^i}, \quad K_r = \frac{T}{T + \frac{1}{\mu}};$$

б) Для резервированной системы с замещением:

$$T = T_0 \sum_{i=0}^m \frac{1}{\rho^i}, \quad K_r = \frac{T}{T + \frac{1}{\mu}}.$$

В формулах приняты обозначения:

p – вероятность отказа,

T_0 – срок службы системы до первого отказа

Показатели надежности и K_r зависят от числа обслуживающих бригад. Формулы для любых видов обслуживания легко получить топологическими методами расчета надежности. Приведем формулы для двух обслуживающих бригад:

а) для системы с постоянно включенным резервом:

$$T = T_0 \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{2^i}{(i+1)! p^i} + \frac{2^{m-1}}{(m+1)! p^m} \right), \quad K_r = \frac{T}{T + \frac{1}{2\mu}};$$

б) для резервированной системы замещением:

$$T = T_0 \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{2^i}{p^i} + \frac{2^{m-1}}{p^m} \right), \quad K_r = \frac{T}{T + \frac{1}{2\mu}}.$$

Исследования свойств структурного резервирования показывают, что для случая высоконадежных систем, когда $p < 0,001$, дисциплина обслуживания не оказывает существенного влияния на надежность резервированных восстанавливаемых систем.

Риск системы определяется по формуле:

$$R(t) = rM(t) = r\lambda \int_0^t p_m(\tau) d\tau,$$

где

$M(t)$ — среднее число отказов системы в течение времени T ,

$p_m(t)$ — вероятность пребывания системы в предотказовом состоянии в момент t .

Для расчетов можно использовать простую приближенную формулу

$$R(t) = r \lambda p_m, \quad (6.2)$$

где p_m — стационарная вероятность пребывания системы в предотказовом состоянии.

6.3. Последовательность выполнения работы

Лабораторную работу целесообразно выполнять в такой последовательности:

1. Определить наработку на отказ T и коэффициент готовности K_r системы при двух видах резервирования, одной и двух бригадах обслуживания.
2. Найти вероятность безотказной работы резервированных систем.
3. Вычислить среднее время безотказной работы резервированных систем.
4. Определить техногенный риск исходной системы и резервированных систем при различных характеристиках обслуживания.

Результаты расчетов необходимо сопровождать выводами.

Отчет о лабораторной работе должен содержать следующие пункты:

- 1) Постановка задачи.
- 2) Результаты расчетов в виде формул и таблиц.
- 3) Выводы по результатам работы.

1.4. Пример выполнения лабораторной работы (вариант №7)

Постановка задачи

- срок службы системы $T_0 = 380$ часов;
- время непрерывной работы $t = 4,2$ час;
- интенсивность отказа системы $\lambda = 1,5$ час;
- p которое может быть равно 1; 0,1; 0,05; 0,01;
- кратность резервирования $m = 1$;
- ИР риск из-за отказа системы $r = 8,5$ усл. ед.;
- допустимый риск в течение времени непрерывной работы $R(1000) = 275$ усл. ед.

Определить показатели, указанные в разделе 6.3.1.

Определение наработки на отказ T и коэффициента готовности K_r системы

На рис. 6.1 и 6.2 приведены структурные схемы и графы состояний системы при общем постоянном резервировании (а) и резервировании замещением (б).

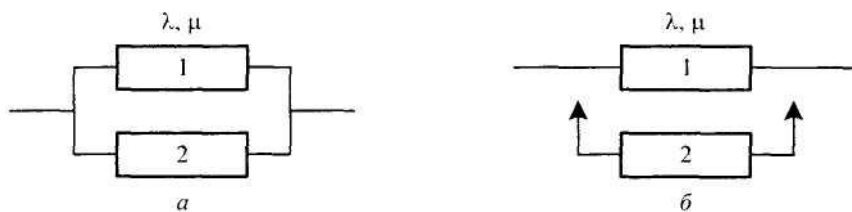


Рис. 6.1. Структурные схемы резервированных систем



Рис. 6.2. Графы состояний резервированных систем

Расчетные формулы для случая дублированной системы ($m = 1$) имеют вид
а) дублированная система с постоянно включенным резервом:

- одна обслуживающая бригада ($u = 1$):

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{2\rho} \right), \quad K_r = \frac{1 + 2\rho}{1 + 2\rho + 2\rho^2};$$

- две обслуживающие бригады ($u = 2$):

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{2\rho} \right), \quad K_r = \frac{1 + 2\rho}{1 + 2\rho + \rho^2};$$

дублированная система замещением:

одна обслуживающая бригада ($u=1$):

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{\rho} \right), \quad K_r = \frac{1 + \rho}{1 + \rho + \frac{1}{2}\rho^2};$$

две обслуживающие бригады ($u = 2$):

нерезервированная система

$$T = T_1 = T_0 = \frac{1}{\lambda}, \quad K_r = \frac{1}{1 + \rho}.$$

Из приведенных формул видно, что наработка на отказ и коэффициент готовности резервированной системы являются функциями ρ . Это позволяет автоматизировать расчеты, используя MS Excel.

Для удобства чтения целесообразно принять следующие обозначения.

• **TP1, TP2**— наработка на отказ системы с постоянно включенным резервом с одной и двумя обслуживающими бригадами соответственно;

• **TZ1, TZ2**— наработка на отказ системы, резервированной по принципу замещения с одной и двумя обслуживающими бригадами соответственно; **KP1, KP2**— коэффициент готовности системы с постоянно включенным резервом с одной и двумя обслуживающими бригадами соответственно;

• **KZ1, KZ2**— коэффициент готовности системы, резервированной по принципу замещения с одной и двумя обслуживающими бригадами соответственно.

Результаты расчетов для нашего примера сведены в табл. 6.1.

Из приведенных формул видно, что наработка на отказ нерезервированной системы не зависит от восстановления и равна среднему времени безотказной работы системы.

Для нашего примера $T_0 = 380$ час. Для сравнения в табл. 6.1 приведены значения коэффициента готовности K_r нерезервированной системы при всех заданных значениях ρ .

Таблица 6.1.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	$T_0 =$	380				
3	$t =$	4,2				
4	$\lambda =$	1,5				
5	$r =$	8,5				
6	$r1000 =$	275				
7						
8		ρ	1	0,1	0,05	0,01
9	наработка на отказ с пвр (1 бр)	TP1	570	2280	4180	19380
10	наработка на отказ с пвр (2 бр)	TP2	570	2280	4180	19380
11	наработка на отказ с зам (1 бр)	TZ1	760	4180	7980	38380
12	наработка на отказ с зам (2 бр)	TZ2	760	4180	7980	38380
13	коэф. готовности с пвр (1 бр)	KP1	0,6	0,983607	0,995475	0,999804
14	коэф. готовности с пвр (2 бр)	KP2	0,75	0,991736	0,997732	0,999902
15	коэф. готовности с зам (1 бр)	KZ1	1	1,081081	1,045131	1,009801
16	коэф. готовности с зам (2 бр)	KZ2	1,2	1,085973	1,046373	1,009851

Анализ данных таблицы позволяет сделать следующие важные выводы:

- наработка на отказ резервированной системы с кратностью $m = 1$ не зависит от числа ремонтных бригад;
- при малых значениях p наработка на отказ дублированной системы замещением практически вдвое больше, чем при дублировании с постоянно включенным резервом;
- резервирование с восстановлением является мощным средством повышения наработки на отказ системы: так, например, в случае резервирования замещением при $p = 0,01$ наработка на отказ $TZ1 = TZ2 = T_o * 38380 = 14584400$ час, что составляет примерно 1664 лет;
- число ремонтных бригад оказывает незначительное влияние на коэффициент готовности дублированной системы, если p мало: так, например, коэффициент готовности дублированной системы с постоянно включенным резервом и $p = 0,05$ при одной и двух бригадах обслуживания составляет 0,9954 и 0,9977 соответственно;
- при малых p вид резервирования практически не влияет на величину коэффициента готовности: например, коэффициент готовности системы при одной бригаде обслуживания составляет 0,999 и 1,009 соответственно для случая резервирования с постоянно включенным резервом и замещением.

Следует иметь в виду, что приведенные расчеты наработки на отказ лишь иллюстрируют эффективность резервирования с восстановлением, но не являются достоверными, т.к. в течение 1664 лет работы системы интенсивность отказов не может быть величиной постоянной, как это принято при расчетах.

Определение среднего времени безотказной работы системы

Среднее время безотказной работы можно определить одним из следующих способов.

Способ 1. Найти аналитическое выражение для вероятности безотказной работы системы

$P(t)$ и воспользоваться формулой $T = \int_0^{\infty} p(t)dt$. Можно также найти вероятность безотказной работы системы в преобразовании Лапласа $p(s) = \int_0^{\infty} p(t)e^{-ts}dt$ и воспользоваться соотношением $T = P(0)$.

Способ 2. Составить систему линейных алгебраических уравнений относительно среднего времени T_0 и T пребывания системы в состояниях (0) и (1) соответственно (см рис. 6 2) для схемы (а):

$$\begin{cases} -2\lambda\tau_0 + \mu\tau_1 = -1; \\ 2\lambda\tau_0 - (\lambda + \mu)\tau_1 = 0; \end{cases}$$

для схемы (б):

$$\begin{cases} -\lambda\tau_0 + \mu\tau_1 = -1; \\ \lambda\tau_0 - (\lambda + \mu)\tau_1 = 0. \end{cases}$$

Далее нужно решить полученные системы уравнений и определить среднее время безотказной работы по формуле $T_x = x_0 + \tau_1$.

Формулы для среднего времени безотказной работы имеют следующий вид:

для схемы (а):

$$T_1 = T_0 \left(1,5 + \frac{1}{2\rho} \right);$$

для схемы (б):

$$T_1 = T_0 \left(2 + \frac{1}{\rho} \right),$$

где T_o - среднее время безотказной работы нерезервированной системы.

Сравнивая полученные значения среднего времени безотказной работы и наработки на отказ, видим, что они практически одинаковы при малых значениях p , что характерно для высоконадежных систем.

Результаты расчетов отобразим в таблице 6.2.

Таблица 6.2.

сред время безотказ р-ты (прв)	TM1	760	589	579,5	571,9
сред время безотказ р-ты (зам)	TM2	1140	798	779	763,8
риск сист (нерезерв)	R1				53,0198
риск для сист с прв	R2	21,42	87,78689	96,92308	104,9794
риск для сист с зам	R3	17,85	48,24324	50,87886	53,01455

Определение риска системы

Риск системы определим по приближенной формуле (6.2). Для исходной нерезервированной системы при $p = 0,01$ получим:

$$R(1000) = \frac{r\lambda t}{1+p} = \frac{8,5 \cdot 1,5 \cdot 4,2}{1,01} = 53,02$$

что ниже допустимого (275).

Риск резервированной системы с кратностью $m = 1$ определяется по формулам

- для постоянно включенного резерва:

$$R(t) = \frac{r\lambda t \cdot 2\rho}{1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{n}};$$

- для резерва замещением:

$$R(t) = \frac{r\lambda t \cdot \rho}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{n}}.$$

Результаты расчетов техногенного риска системы $R(t)$ при $t = 4,2$ час при различных видах резервирования и дисциплинах обслуживания сведены в табл. 6.2. Из таблицы видно, что риск может быть меньше допустимого, равного 275 усл. ед., при условии, что использован любой вид резервирования с кратностью $m = 1$ и применяется обслуживание с любым приоритетом. Для нашего случая обеспечить заданный риск можно при условии, что среднее время восстановления не будет превышать 100 часов.

Определим теперь величину риска в течение всего срока службы системы, равного 380 часам. По сравнению с $R(1000)$ техногенный риск системы увеличится в 90 раз и превысит требуемый риск, равный 275 усл. ед. В заключение можно отметить, что исходная нерезервированная система не достаточно надежна и не может обеспечить требуемый риск. Ее риск равен 4800 усл. ед., что значительно выше требуемого (275 усл. ед.). В течение этого времени риск не будет допустимым, если применить структурное резервирование любого вида.

Варианты заданий к лабораторной работе

В заданиях приняты обозначения:

T — время жизни (долговечность) системы, лет;

λ — интенсивность отказа системы, час⁻¹;

t — время непрерывной работы системы, час;

dm — кратность резервирования

r — риск из-за отказа системы, усл. ед.;

$R(t)$ — допустимый риск в течение времени t , усл. ед.

Варианты 1-8.

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
T , час	600	700	650	1000	960	810	380	750
t , час	4	3,5	5	2,5	3	2,7	4,2	5
λ , час ⁻¹	1,2	2,1	1,1	0,8	1,6	1,3	1,5	1,1
r , усл.ед.	100	190	120	68	93	120	85	120
$R(t)$, усл. ед.	400	520	360	420	516	180	275	500

Варианты 9-16

Номер варианта	9	10	11	12	13	14	15	16
T, час	380	900	820	630	1000	750	600	500
t, час	3	2,6	3,5	4	2	2,5	3,5	4
λ , час ⁻¹	0,8	1,2	1,6	0,7	2,1	1,8	1	1,1
r, усл.ед.	90	110	210	180	68	87	100	80
R(t), усл. ед.	525	480	360	720	800	495	470	390

Варианты 17-25

Номер варианта	17	18	19	20	21	22	23	24	25
T, час	350	460	750	820	680	1000	800	700	720
t, час	2,8	3,5	5	4,3	3,8	2,5	3	4	3,2
λ , час ⁻¹	0,8	2,1	1,8	2	0,75	1,5	1,8	0,9	1
r, усл.ед.	120	90	85	150	165	92	87	115	126
R(t), усл. ед.	500	490	450	380	525	475	600	380	725

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7 «ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ»

7.1. Постановка задачи

Дано:

- информационная система с n обслуживающими органами;
- P - вероятность того, что заявка в произвольный момент времени t будет принята на обслуживание;
- λ - интенсивность потока заявок на обслуживание;
- μ - интенсивность обслуживания заявки.

Определить:

- число обслуживающих органов n , обеспечивающих заданное значение P ;
- длительность переходных процессов в информационной системе;
- функцию готовности системы $K_T(t)$ для найденных значений n .

Решение задачи выполнить в предположении, что время между заявками и время обслуживания подчиняются экспоненциальному закону.

Численные значения P , λ , μ приведены в индивидуальных заданиях в разделе 7.4.

7.2. Сведения из теории

Показателями надежности информационной восстанавливаемой системы являются:

- $K_T(t)$ - вероятность того, что заявка будет принята на обслуживание в произвольный момент времени t (функция готовности);
- K_T - коэффициент готовности;
- T - среднее время между отказами в обслуживании (наработка на отказ).

Функционирование информационной восстанавливаемой системы можно описать структурной схемой функционирования резервированной системы с замещением кратности m при числе обслуживающих органов $n = m$.

Структурная схема и граф состояний системы изображены на рис. 7.1 и 7.2 соответственно.

В состоянии n все каналы обслуживания заняты и очередной заявке будет отказано в обслуживании. Тогда $p_n(t)$ - вероятность отказа системы, а $1 - p_n(t)$ - функция готовности. Коэффициент готовности определяется следующей формулой:

$$K_T = 1 - p_n = 1 - \frac{\rho^n}{n! \sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!}},$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Из этой формулы следует, что определение числа обслуживающих бригад сводится к решению трансцендентного уравнения при разных значениях K_T и ρ .

Представим уравнение для коэффициента простоя в следующем виде:

$$p_n = \frac{\rho^n}{n! \sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!}}. \quad (7.1)$$

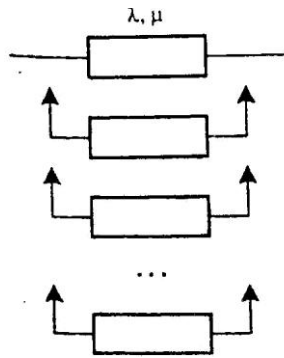


Рис. 7.1. Структурная схема системы

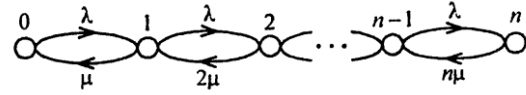


Рис. 7.7. Граф состояний системы

В соответствии с заданием решение уравнения необходимо представить в виде таблицы $n = f(p_n, \rho)$. Решение задачи легко получить, если воспользоваться системой Derive 5.

7.3. Пример выполнения лабораторной работы

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = 5,1 \text{ час}^{-1}$, интенсивность обслуживания заявки $\mu = 1,5 \text{ час}^{-1}$. Определить, сколько необходимо иметь обслуживающих органов, чтобы готовность системы была $K_T = 0,8; 0,9; 0,95; 0,997$.

Процедура решения задачи имеет вид:

#1: $\frac{\rho^n}{n!}$

#2: $\frac{\rho^i}{i!}$

#3: $\sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!}$

#4: $p = \frac{\frac{\rho^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!}}$

#5: $0.2 = \frac{\frac{3.4^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{3.4^i}{i!}}$

#6: $\text{NSOLVE} \left(0.2 = \frac{\frac{3.4^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{3.4^i}{i!}}, n, \text{Real} \right)$

#7: $n = 4.634988307$

В строках # 1 и #2 задаются составляющие трансцендентного уравнения (7.1).

В строке #3 образована сумма выражения #2 с помощью кнопки **Find Sum** панели инструментов. В строке #4 записано конечное уравнение, полученное от введения выражения $p = \#1/\#3$. В строке #5 приведено трансцендентное уравнение, полученное в результате подстановки в уравнение (7.1) численных значений исходных данных $\lambda = 5,1 \text{ час}^{-1}$, $\mu = 1,5 \text{ час}^{-1}$, $p = 0,2$ с помощью кнопки **Variable Substitution**.

В строке #6 и #7 происходит вызов функции NSOLVE решения алгебраических уравнений численным методом и результат решения для случая $p_n = 0,2$.

Результаты решения при заданных значениях вероятности K_T , приведены в таблице

7.1.

Таблица 7.1. Результаты определения числа обслуживающих органов

K_{Γ}	0,8	0,9	0,95	0,997
n	4,6	5,7	6,6	9,5

Из физических соображений ясно, что результаты определения числа обслуживающих органов n должны быть округлены до ближайшего целого в сторону увеличения.

Полученные решения будут иметь смысл лишь в том случае, если длительность переходных процессов мала. В противном случае результаты могут быть существенно завышены.

Исследуем длительность переходных процессов на основании анализа функции готовности $K_{\Gamma}(t)$.

Процедура решения задачи с помощью системы Derive 5 имеет вид:

```
#1: InputMode:= Word
#2:  $-\lambda \cdot p_0 + \mu \cdot p_1$ 
#3:  $\lambda \cdot p_0 - (\lambda + \mu) \cdot p_1 + 2 \cdot \mu \cdot p_2$ 
#4:  $\lambda \cdot p_1 - 2 \cdot \mu \cdot p_2$ 
#5: LOAD(C:\DfW5Trial\DfW\MATH\ODE_APPR.MTH)
#6: RK([- $\lambda \cdot p_0 + \mu \cdot p_1$ ,  $\lambda \cdot p_0 - (\lambda + \mu) \cdot p_1 + 2 \cdot \mu \cdot p_2$ ,  $\lambda \cdot p_1 - 2 \cdot \mu \cdot p_2$ ],
      [t, p0, p1, p2], [0, 1, 0, 0], 0.1, 50)
#7: RK([-5.1·p0+1.5·p1, 5.1·p0-(5.1+1.5)·p1+2·1.5·p2, 5.1·p1-
      2·1.5·p2], [t, p0, p1, p2], [0, 1, 0, 0], 0.1, 50)
```

```
#8: [1.7 0.09858396772 0.3341327357 0.5672832965
     1.8 0.09845676311 0.3340805370 0.5674626998
     1.9 0.09837550949 0.3340471894 0.5675773010
     2 0.09832360732 0.3340258862 0.5676505064
     2.1 0.9829045376 0.3340122777 0.5676972684
     2.2 0.09826927622 0.3340035847 0.5677271390
     2.3 0.09825574859 0.3339980318 0.5677462195
     2.4 0.09824710751 0.3339944847 0.5677584077
     2.5 0.09824158782 0.3339922189 0.5677661932]
```

В строке #1 находится отклик настройки системы на прием переменных с индексами (пункт главного меню **Declare | Input**).

В строках #2 - #4 задается система дифференциальных уравнений (правые части) для случая $n = 2$.

Вызов утилиты ODE_APPR.MTH решения отражен в строке #5. В строке #6 вызывается функция:

```
RK([#2,#3,#4], [t,p0,p1,p2], [0,1,0,0], 0.1, 50)
```

решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге - Кутты с шагом $h = 0,1$ и числом точек 50. Уравнения представлены в аналитическом виде. В строке #7 вызывается функция RK с численными значениями $\lambda=5,1$ час⁻¹ и $\mu=1,5$ час⁻¹ и начальными условиями $p_0(0) = 1$, $p_1(0) = p_2(0) = 0$.

Результаты решения системы уравнений приведены в таблице в строке #8 в диапазоне $t = 1,7 \div 2,5$ час. Из таблицы видно, что длительность переходного процесса составляет примерно 2,4 часа, вычисленного с точностью четыре знака после запятой. Так как длительность

переходных процессов мала, то данные табл. 7.1 можно считать достоверными.

Функцию готовности целесообразно вычислить, воспользовавшись выражением $K_I(t) = 1 - p_n(t)$. В этом случае достаточно вычислить вероятность того, что система находится в состоянии n в произвольный момент времени t . Для получения решения в аналитическом виде воспользуемся преобразованием Лапласа.

Процедуры вычисления функции простоя с помощью системы Derive 5 имеют вид:

#1: InputMode := Word

#2: $(s + \lambda) \cdot p_0 - \mu \cdot p_1 = 1$

#3: $-\lambda \cdot p_0 + (s + \lambda + \mu) \cdot p_1 - 2 \cdot \mu \cdot p_2 = 0$

#4: $\lambda \cdot p_1 - (s + 2 \cdot \mu) \cdot p_2 = 0$

#5:
$$\begin{bmatrix} (s + \lambda) \cdot p_0 - \mu \cdot p_1 = 1 \\ -\lambda \cdot p_0 + (s + \lambda + \mu) \cdot p_1 - 2 \cdot \mu \cdot p_2 = 0 \\ \lambda \cdot p_1 - (s + 2 \cdot \mu) \cdot p_2 = 0 \end{bmatrix}$$

#6:
$$\text{SOLVE} \left(\begin{bmatrix} (s + \lambda) \cdot p_0 - \mu \cdot p_1 = 1 \\ -\lambda \cdot p_0 + (s + \lambda + \mu) \cdot p_1 - 2 \cdot \mu \cdot p_2 = 0 \\ \lambda \cdot p_1 - (s + 2 \cdot \mu) \cdot p_2 = 0 \end{bmatrix}, [p_0, p_1, p_2], \text{Real} \right)$$

#7:
$$\begin{bmatrix} p_0 = \frac{\lambda \cdot s + (\mu + s) \cdot (2 \cdot \mu + s)}{s \cdot (\lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot (\mu + s) + (\mu + s) \cdot (2 \mu + s))} \\ p_1 = \frac{\lambda \cdot (2 \cdot \mu + s)}{s \cdot (\lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot (\mu + s) + (\mu + s) \cdot (2 \mu + s))} \\ p_2 = \frac{\lambda^2}{s \cdot (\lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot (\mu + s) + (\mu + s) \cdot (2 \mu + s))} \end{bmatrix}$$

#8:
$$p_2 = \frac{\lambda^2}{s \cdot (\lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot (\mu + s) + (\mu + s) \cdot (2 \cdot \mu + s))}$$

#9:
$$p_2 = \frac{\lambda^2}{s \cdot (s^2 + s \cdot (2 \cdot \lambda + 3 \cdot \mu) + \lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot \mu + 2 \cdot \mu^2)}$$

#10:
$$p_2 = \frac{2601}{s \cdot (100 \cdot s^2 + 1470 \cdot s + 4581)}$$

#11:
$$0.444 \cdot e^{-10.2 \cdot t} - 1.012 \cdot e^{-4.484 \cdot t} + 0.568$$

В строках #2, #3, #4 представлены уравнения в преобразованиях Лапласа.

В строке #5 отображается система уравнений, образованная кнопкой **Author Matrix**.

Решение системы уравнений получено с помощью функции SOLVE (строка #6) и представлено в строке #7. Из общего решения выделено выражение для преобразования Лапласа коэффициента простоя $p_2(s)$ (строка #8).

С помощью пункта главного меню **Simplify | Factor** выражение $p_2(s)$ факторизовано по переменной s для получения решения в привычном для нас виде (строка #9).

В строке #10 находится выражение преобразования Лапласа коэффициента простоя при исходных данных нашего примера $\lambda = 5,1 \text{ час}^{-1}$ и $\mu = 1,5 \text{ час}^{-1}$. Подстановка выполнена с по-

мощью кнопки **Sub** панели инструментов.

В строке #11 находится выражение функции простоя, полученное путем обратного преобразования Лапласа выражения #10 с помощью математической системы Mathcad 2000.

График функции $p_2(t)$ приведен на рис. 7.3.

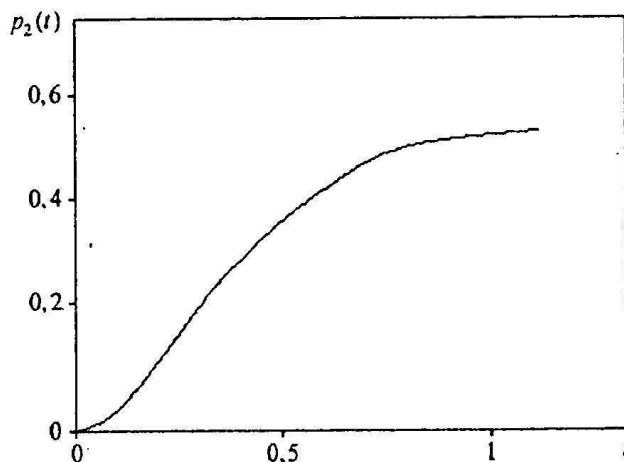


Рис. 7.3. График функции простоя системы

7.4. Варианты заданий к лабораторной работе 7

Выполнить анализ надежности информационной восстанавливаемой системы, определив:

- n - необходимое число обслуживающих органов, обеспечивающих заданный коэффициент готовности системы;
- τ - длительность переходных процессов;
- $K_T(t)$ - функцию готовности системы.

Использовать приведенную ранее методику и компьютерные технологии решения задачи.

При определении числа обслуживающих бригад могут возникнуть следующие трудности:

- программа выдает решение, которое противоречит физическому смыслу задачи;
- программа не выдает значение n ,

В таких случаях следует попытаться решить трансцендентное уравнение, указав область изоляции корня. Если это также не даст результата, то следует функцию (7.1) протабулировать в области искомого корня и по результатам табулирования найти n (по равенству левой и правой частей уравнения (7.1)). Далее приводятся варианты заданий. В таблицах $P_{отк}$ - вероятность отказа в обслуживании заявки.

ВАРИАНТ 1

$\lambda, \text{ час}^{-1}$	10	5	3	1
$\mu, \text{ час}^{-1}$	1	1	1	1
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 2

$\lambda, \text{ час}^{-1}$	1	1	1	1
$\mu, \text{ час}^{-1}$	0,2	0,5	1	2
$P_{отк}$	0,5; 0,1; 0,05; 0,003	0,5; 0,1; 0,05; 0,003	0,5; 0,1; 0,05; 0,003	0,5; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 3

λ , час ⁻¹	5	3	2	1
μ , час ⁻¹	2	2	2	2
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 4

λ , час ⁻¹	7	3	1	0,5
μ , час ⁻¹	1	1	1	1
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 5

λ , час ⁻¹	5	5	5	5
μ , час ⁻¹	0,5	1	2	10
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 6

λ , час ⁻¹	10	10	10	10
μ , час ⁻¹	1	5	10	20
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 7

λ , час ⁻¹	10	5	1	0,5
μ , час ⁻¹	1	1	1	1
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 8

λ , час ⁻¹	10	10	10	10
μ , час ⁻¹	1	2	5	10
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 9

λ , час ⁻¹	10	10	10	10
μ , час ⁻¹	1	5	10	20
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ВАРИАНТ 10

λ , час ⁻¹	8	8	8	8
μ , час ⁻¹	1	5	10	20
$P_{отк}$	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003	0,2; 0,1; 0,05; 0,003

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

«ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ИХ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ»

Целью работы является изучение влияния на показатели надежности системы следующих факторов:

- различных видов законов распределения времени до отказа;
- неодновременности работы элементов системы;
- последствия отказов.

8.1. Влияние неодновременной работы элементов на надежность системы

8.1.1. Постановка задачи

Дано:

- структурная схема технической системы;
- n - количество элементов системы;
- τ - период работы системы;
- $P_i(t)$ - вероятность безотказной работы элементов, $i = 1, 2, \dots, n$;
- $[a_i, b_i]$ - интервал времени работы элементов на периоде τ , $i = 1, 2, \dots, n$;
- t - время работы системы.

Определить:

- вероятность $P_{i, \text{пр}}(t)$ и среднее время $T_{1i, \text{пр}}$ безотказной работы элементов с учетом времени их простоя;
- вероятность безотказной работы системы без учета и с учетом времени простоя элементов: $P_c(t)$ и $P_{c, \text{пр}}(t)$ соответственно;
- вероятности безотказной работы $P_c(t)$, $P_{c, \text{пр}}(t)$ в виде таблиц значений и графиков;
- среднее время безотказной работы системы без учета и с учетом времени простоя элементов T_1 и $T_{1, \text{пр}}$.

Варианты заданий приведены в *разделе* 8.1.4.

8.1.2. Сведения из теории

На периоде τ элементы системы работают не одновременно. Рассмотрим функционирование одного элемента. Пусть на интервале времени от a до b элемент работает, а вне этого интервала - простаивает. На следующем периоде длительностью τ элемент работает на интервале от $\tau + a$ до $\tau + b$ и простаивает вне этого интервала, и т. д. Выключение элемента не влияет на его надежность. Пусть $P(t)$ - вероятность безотказной работы элемента в случае, когда он работает непрерывно. Оценим его надежность при условии, что элемент может простаивать на заданных интервалах времени. Для нашего случая получим:

$$P_{\text{пр}}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq t \leq a; \\ P(t - k(\tau - b + a) - a), & \text{при } k\tau + a \leq t \leq k\tau + b, \quad k=0, 1, 2, \dots \\ P(k(b - a)), & \text{при } (k-1)\tau + b < t \leq k\tau + a, \quad k=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (8.1)$$

Соотношение (8.1) определяет новый закон распределения времени работы элемента с учетом его простоя. Закон $P_{\text{пр}}(t)$ имеет на три параметра больше, чем $P(t)$.

Среднее время безотказной работы вычислим на основе формулы (8.1). Интегрируя $P_{\text{пр}}(t)$, получим:

$$\begin{aligned} T_{1, \text{пр}} &= \int_0^{\infty} P_{\text{пр}}(t) dt = a + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\tau+a}^{k\tau+b} P(t - k(\tau - b + a) - a) dt + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \int_{(k-1)\tau+b}^{k\tau+a} P(k(b - a)) dt = a + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k(b-a)}^{(k+1)(b-a)} P(t) dt + \\ &+ (\tau - b + a) \sum_{k=1}^{\infty} P(k(b - a)) = \int_0^{\infty} P(t) dt + a + (\tau - b + a) \sum_{k=1}^{\infty} P(k(b - a)). \end{aligned}$$

Отсюда

$$T_{1, \text{нр}} = T_1 + a + (\tau - b + a) \sum_{k=1}^{\infty} P(k(b-a)), \quad (8.2)$$

где

T_1 - среднее время безотказной работы элемента в случае его непрерывной работы.

В частности, для экспоненциального распределения с параметром λ получим:

$$T_{1, \text{нр}} = \frac{1}{\lambda} + a + (\tau - b + a) \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda k(b-a)} = \frac{1}{\lambda} + a + \frac{\tau - b + a}{e^{\lambda(b-a)} - 1}, \quad (8.3)$$

Из формулы (8.3) следует, что повысить среднее время безотказной работы элемента можно не только путем уменьшения интенсивности отказа λ , но также и путем увеличения времени его простоя за счет уменьшения величины $b-a$. Полагая $a = 0$, получим, что выигрыш по среднему времени безотказной работы равен:

$$G_{T_1} = \frac{T_{1, \text{нр}}}{T_1} = 1 + \frac{\lambda(\tau - b + a)}{e^{\lambda(b-a)} - 1}.$$

Численное значение выигрыша по критерию T_1 при $\tau = 10$ час приведено в табл.8.1.

Таблица 8.1. Выигрыш по среднему времени безотказной работы в зависимости от л. и времени работы элемента $b - a$

$\lambda, \text{ час}^{-1}$	$b-a, \text{ час}$				
	10	8	6	4	2
0,1	1,00	1,16	1,49	2,22	4,61
0,01	1,00	1,24	1,65	2,47	4,96
0,001	1,00	1,25	1,66	2,50	5,00
0,0001	1,00	1,25	1,67	2,50	5,00

Из таблицы следует, что на величину $T_{1, \text{нр}}$ оказывает влияние не только надежность элемента, но и увеличение времени его простоя, когда элемент не расходует свой ресурс надежности.

Рассмотрим систему, состоящую из n элементов, имеющих интервалы простоя. Для каждого элемента системы эти интервалы имеют различную продолжительность на периоде τ . Тогда время до отказа элементов всегда имеет неэкспоненциальное распределение, выражаемое формулой (8.1).

Оценка надежности такой системы осуществляется методами, учитывающими произвольный характер времени до отказа элементов. Вероятность безотказной работы нерезервированной системы, состоящей из n элементов равна

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

вероятность безотказной работы резервированной системы кратности m с постоянным резервом равна

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^m (1 - P_i(t)),$$

и т. д.

8.1.3. Пример выполнения работы

Структурная схема расчета надежности изображена на рис. 8.1. Она состоит из $n = 4$

элементов и представляет собой общее резервирование с постоянно включенным резервом.

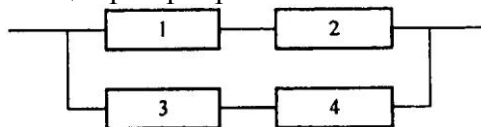


Рис. 8.1. Схема расчета надежности

Время работы элементов до отказа является случайным и подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 0,002 \text{ час}^{-1}$. Период работы, состоящий из интервалов работы и простоя каждого элемента, равен $\tau = 10$ час. Время работы элементов на каждом периоде приведено в табл. 8.2.

Таблица 8.2. Время работы элементов

Номер элемента	1	2	3	4
Интервал работы	[0;5]	[2;3]	[5;8]	[0;7]

На остальной части периода τ элементы выключены из работы.

Решение. Вероятность безотказной работы каждого элемента имеет вид: $P(t)=e^{-\lambda t}$. Поэтому, если бы все элементы системы работали непрерывно, то вероятность безотказной работы системы была бы равна:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-2\lambda t})^2. \quad (8.4)$$

По формуле (8.1) найдем вероятность безотказной работы элементов с учетом простоя:

$$P_{1,пр}(t) = \begin{cases} P(t-5k), & \text{при } 10k < t \leq 10k+5, \quad k=0, 1, 2, \dots; \\ P(5k), & \text{при } 10(k-1)+5 < t \leq 10k, \quad k=1, 2, \dots, \end{cases} \quad (8.5)$$

$$P_{2,пр}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 < t \leq 2; \\ P(t-9k-2), & \text{при } 10k+2 < t \leq 10k+3, \quad k=0, 1, 2, \dots; \\ P(k), & \text{при } 10(k-1)+3 < t \leq 10k+2, \quad k=1, 2, \dots, \end{cases} \quad (8.6)$$

$$P_{3,пр}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 < t \leq 5; \\ P(t-7k-5), & \text{при } 10k+5 < t \leq 10k+8, \quad k=0, 1, 2, \dots; \\ P(3k), & \text{при } 10(k-1)+8 < t \leq 10k+5, \quad k=1, 2, \dots, \end{cases} \quad (8.7)$$

$$P_{4,пр}(t) = \begin{cases} P(t-3k), & \text{при } 10k < t \leq 10k+7, \quad k=0, 1, 2, \dots; \\ P(7k), & \text{при } 10(k-1)+7 < t \leq 10k, \quad k=1, 2, \dots \end{cases} \quad (8.8)$$

На основе структурной схемы определим вероятность безотказной работы системы с учетом простоя элементов. Вероятность безотказной работы нерезервированной подсистемы, состоящей из элементов 1 и 2, равна произведению их вероятностей безотказной работы. Тогда $P_{1,2,пр}(t) = P_{1,пр}(t) \cdot P_{2,пр}(t)$. Вероятность безотказной работы резервной подсистемы равна $P_{3,4,пр}(t) = P_{3,пр}(t) \cdot P_{4,пр}(t)$. Поэтому вероятность безотказной работы всей системы с учетом времени простоя элементов равна:

$$P_{с,пр}(t) = 1 - (1 - P_{1,пр}(t) P_{2,пр}(t))(1 - P_{3,пр}(t) P_{4,пр}(t)). \quad (8.9)$$

Таблицу значений и графики вероятностей безотказной работы элементов и систем получим в Microsoft Excel. В ячейках A1:I1 записываются заголовки столбцов. В колонке A помещается время t , изменяющееся от 0 до 500 часов с шагом 5 часов. В ячейку B2 записывает-

ся отношение текущего времени работы систем к периоду $\tau = 10$:

$$B2 = A2/10.$$

В ячейку C2 помещается значение k как целое от деления t на τ :

$$C2 = \text{ЦЕЛОЕ}(B2).$$

В ячейках D2 : G2 содержатся формулы (8.5)-(8.8) для вычисления вероятностей безотказной работы элементов:

$$D2 = \text{ЕСЛИ}(B2 \leq C2 + 0,5; \text{EXP}(-0,002*(A2 - 5*C2);$$

$$\text{EXP}(-0,002*5*(C2 + 1))),$$

$$E5 = \text{ЕСЛИ}(B5 > C5 + 0,2 \ \& \ B5 \leq C5 + 0,3;$$

$$\text{EXP}(-0,002*(A5 - 9*C5 - 2)); \text{EXP}(-0,002*(C5 + 1))),$$

$$F8 = \text{ЕСЛИ}(B8 > C8 + 0,5 \ \& \ B8 \leq C8 + 0,8;$$

$$\text{EXP}(-0,002*(A8 - 7*C8 - 5)); \text{EXP}(-0,002*3*(C8 + 1))),$$

$$G2 = \text{ЕСЛИ}(B2 \leq C2 + 0,7; \text{EXP}(-0,002*(A2 - 3*C2));$$

$$\text{EXP}(-0,002*7*(C2 + 1))).$$

Заметим, что для 2-го и 3-го элементов расчетные формулы записываются, начиная с ячеек E5 и F8, поскольку в предыдущих ячейках значения функций равны единице.

Ячейки H2 и I2 содержат формулы (8.9) и (8.4) для вычисления вероятностей безотказной работы системы при наличии и отсутствии интервалов простоя элементов:

$$H2 = 1 - (1 - D2*E2)*(1 - F2*G2),$$

$$I2 = 1 - (1 - \text{EXP}(-0,004*A2))^2.$$

Затем полученные формулы протягиваются на весь блок рассчитываемых ячеек. Результаты табулирования функций содержатся в таблице 8.3.

Таблица 8.3. Расчет вероятностей безотказной работы элементов и системы

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	$t/10$	k	P1	P2	P3	P4	PCП	PC
2	0	0	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1	1
3	5	0,5	0	0,99005	1,00000	1,00000	0,99005	0,999901	0,999608
4	10	1	1	0,99005	1,00000	1,00000	0,98610	0,999862	0,998463
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
102	500	50	50	0,60653	0,90303	0,73639	0,49659	0,713106	0,252355

Графическая иллюстрация таблицы приведена на рис. 8.2 и 8.3. На рис. 8.2 показаны графики вероятностей безотказной работы элементов.

Обратим внимание на то, что надежность элементов по критерию $P(t)$ определяется временем их работы. Чем меньше это время, тем более надежным оказывается элемент. Самым надежным является второй элемент, работающий на периоде 1 час, третий элемент работает 3 часа, первый элемент 5 часов, а четвертый - 7 часов.

На рис. 8.3 приведены графики вероятностей безотказной работы системы без простоев элементов и при наличии простоев.

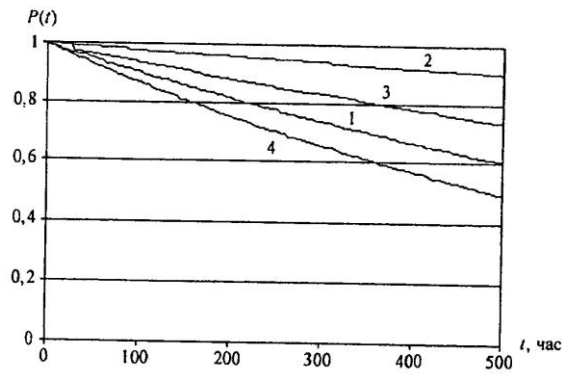


Рис. 8.2. Вероятности безотказной работы элементов

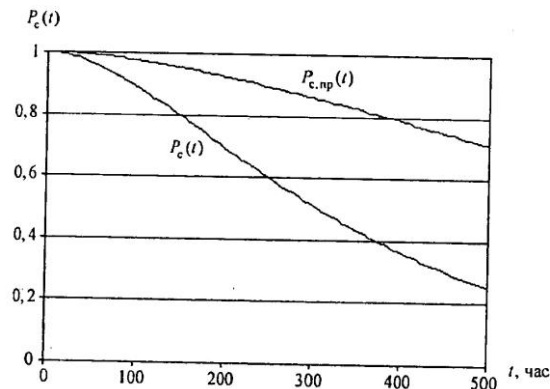


Рис. 8.3. Вероятность безотказной работы системы для случаев непрерывной и неодновременной работы элементов

Из графиков следует, что $P_c(t)$ значительно меньше, чем $P_{c,пр}(t)$, т. е. наличие простоя у элементов повышает надежность системы.

Вычислим среднее время безотказной работы элементов и системы. Среднее время безотказной работы элементов без учета времени простоя равно

$$T_1 = \frac{1}{\lambda} = 500 \text{ час.}$$

Используя формулу (8.4), найдем среднее время безотказной работы системы без учета времени простоя элементов:

$$\begin{aligned} T_{1,c} &= \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - (1 - e^{-2\lambda t})^2) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-2\lambda t} - e^{-4\lambda t}) dt = \\ &= \frac{2}{2\lambda} - \frac{1}{4\lambda} = \frac{3}{4\lambda} = 375 \text{ час.} \end{aligned}$$

Среднее время безотказной работы элементов с учетом времени их простоя определим из соотношения (8.3):

$$\begin{aligned} T_{1,пр} &= \frac{1}{\lambda} + \frac{5}{e^{5\lambda} - 1} = 500 + \frac{5}{e^{5 \cdot 0,002} - 1} = 997,5 \text{ час,} \\ T_{2,пр} &= \frac{1}{\lambda} + 2 + \frac{9}{e^{\lambda} - 1} = 502 + \frac{9}{e^{0,002} - 1} = 4997,5 \text{ час,} \\ T_{3,пр} &= \frac{1}{\lambda} + 5 + \frac{7}{e^{3\lambda} - 1} = 505 + \frac{7}{e^{3 \cdot 0,002} - 1} = 1668,2 \text{ час,} \\ T_{4,пр} &= \frac{1}{\lambda} + \frac{3}{e^{7\lambda} - 1} = 500 + \frac{3}{e^{7 \cdot 0,002} - 1} = 712,8 \text{ часа.} \end{aligned}$$

Среднее время безотказной работы системы с учетом времени простоя элементов определим на основе табличных данных, по формуле трапеций:

$$T_{с,пр} \approx 1030 \text{ час.}$$

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- закон распределения времени безотказной работы элементов и системы существенно зависит от того, как долго элементы пребывают в выключенном состоянии;
- надежность системы по вероятности $P(t)$ значительно выше, если на определенных интервалах времени элементы простаивают, причем с течением времени разница $P_{пр}(t) - P(t)$ будет увеличиваться;
- наличие интервалов простоя элементов повышает также среднее время безотказной работы системы, которое в нашем случае увеличилось с 3 до 1030 часов, т. е. почти в 3 раза.

8.1.4. Варианты заданий к лабораторной работе

Выполнить анализ надежности элементов и системы при непрерывной и одновременной работе элементов. Структурные схемы приведены на рис. 8.4. Период работы для всех вариантов $\tau = 10$ час.

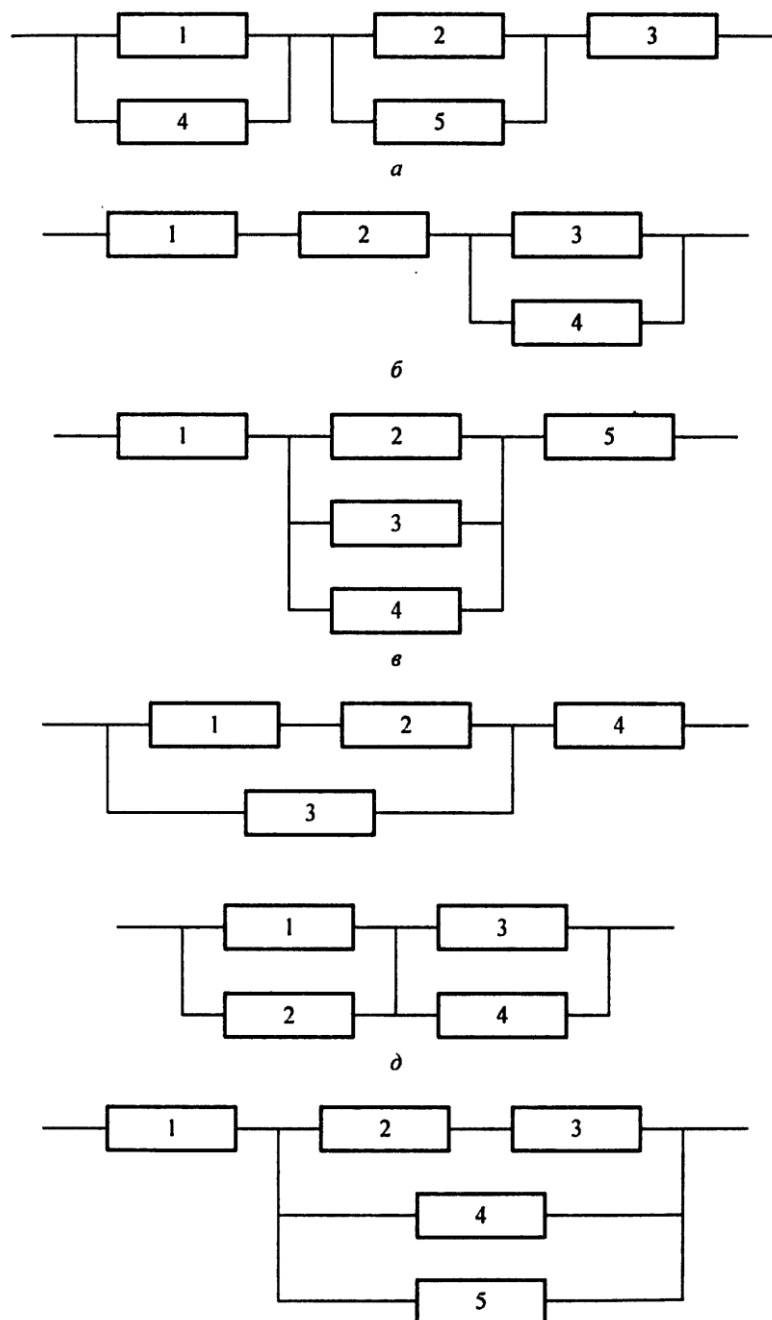


Рис. 8.4. Схемы расчета надежности

Вариант	Схема	Закон распределения	Интервалы работы элементов				
			1	2	3	4	5
1	рис. 8.4, е	Exp(0,005)	[3; 9]	[6; 10]	[0; 3]	[0; 4]	[2; 7]
2	рис. 8.4, в	N(300; 50)	[0; 8]	[5; 6]	[0; 2]	[3; 4]	[9; 10]
3	рис. 8.4, а	U(100; 200)	[1; 6]	[2; 8]	[1; 3]	[0; 7]	[2; 4]
4	рис. 8.4, б	Exp(0,007)	[1; 5]	[5; 10]	[3; 6]	[0; 5]	
5	рис. 8.4, з	Exp(0,001)	[5; 7]	[0; 8]	[0; 3]	[2; 4]	
6	рис. 8.4, д	TN(200; 70)	[2; 6]	[0; 7]	[1; 5]	[1; 4]	
7	рис. 8.4, з	Г(3; 150)	[0; 9]	[4; 7]	[1; 3]	[3; 4]	
8	рис. 8.4, б	Exp(0,003)	[8; 9]	[6; 7]	[0; 4]	[3; 8]	
9	рис. 8.4, а	W(1,8; 220)	[1; 4]	[4; 10]	[1; 3]	[0; 4]	[0; 7]
10	рис. 8.4, е	R(0,00018)	[3; 6]	[6; 8]	[0; 8]	[3; 4]	[2; 8]
11	рис. 8.4, в	Exp(0,004)	[2; 5]	[0; 6]	[0; 3]	[1; 4]	[0; 3]
12	рис. 8.4, д	TN(160; 50)	[3; 7]	[7; 10]	[3; 5]	[0; 6]	
13	рис. 8.4, б	U(300; 500)	[4; 9]	[0; 6]	[3; 8]	[3; 4]	
14	рис. 8.4, в	TN(220; 80)	[8; 9]	[5; 8]	[0; 8]	[0; 8]	[1; 9]
15	рис. 8.4, а	N(300; 90)	[0; 7]	[7; 8]	[5; 9]	[0; 7]	[2; 3]
16	рис. 8.4, е	Г(2; 270)	[3; 7]	[0; 5]	[0; 5]	[1; 4]	[6; 8]
17	рис. 8.4, з	Exp(0,002)	[8; 9]	[6; 9]	[1; 3]	[0; 7]	
18	рис. 8.4, д	W(2,3; 240)	[0; 5]	[2; 4]	[0; 6]	[0; 6]	
19	рис. 8.4, а	U(340; 400)	[3; 4]	[0; 5]	[2; 3]	[8; 10]	[3; 5]
20	рис. 8.4, з	Exp(0,003)	[0; 8]	[5; 8]	[1; 3]	[0; 6]	
21	рис. 8.4, б	N(190; 60)	[7; 9]	[6; 10]	[1; 5]	[0; 5]	
22	рис. 8.4, е	Г(3; 180)	[2; 6]	[0; 3]	[1; 3]	[0; 9]	[1; 6]
23	рис. 8.4, в	Exp(0,008)	[5; 9]	[0; 5]	[2; 8]	[3; 4]	[2; 8]
24	рис. 8.4, д	W(3; 200)	[4; 7]	[6; 7]	[2; 8]	[0; 5]	
25	рис. 8.4, а	U(150; 200)	[3; 9]	[0; 4]	[0; 7]	[2; 4]	[3; 7]
26	рис. 8.4, д	TN(280; 60)	[5; 8]	[5; 8]	[0; 7]	[0; 8]	
27	рис. 8.4, е	N(150; 40)	[6; 8]	[0; 8]	[1; 6]	[2; 4]	[0; 7]
28	рис. 8.4, в	Г(2; 230)	[8; 9]	[0; 3]	[2; 3]	[6; 8]	[0; 5]
29	рис. 8.4, з	Г(2; 100)	[0; 9]	[0; 5]	[3; 4]	[5; 8]	
30	рис. 8.4, б	W(2,4; 250)	[3; 6]	[0; 6]	[0; 6]	[2; 4]	

В таблице приняты следующие обозначения законов распределения:

- Exp - экспоненциальный;

- U - равномерный;
- Г - гамма;
- TN - усеченный нормальный;
- R - Рэлея;
- W - Вейбулла;
- N - нормальный.

В скобках указаны параметры распределений.

8.2. Влияние последствия отказов элементов на надежность системы

8.2.1. Постановка задачи

Дано:

- структурная схема технической системы (система 1);
- λ - интенсивности отказов элементов до отказа какого-нибудь одного из них;
- λ' - интенсивности отказов элементов после отказа любого одного элемента;
- дублированная система с постоянно включенным резервом (система 2);
- вид закона распределения времени до отказа элементов системы 2, отличный от экспоненциального;
- математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы элементов:
 - до отказа m, σ любого элемента;
 - после отказа m', σ' любого элемента;
- время работы систем t .

Определить:

- вероятность безотказной работы системы 1 при отсутствии и при наличии последствия отказов $P_c(t), P_{c, \text{посл}}(t)$ в виде формул, таблиц и графиков;
- среднее время безотказной работы системы при отсутствии и при наличии последствия отказов: T_c и $T_{c, \text{посл}}$;
- вероятность безотказной работы дублированной системы (системы 2) при отсутствии и при наличии последствия отказов: $P_{dc}(t)$ и $P_{dc, \text{посл}}(t)$;
- среднее время безотказной работы дублированной системы при отсутствии и при наличии последствия отказов: T_{dc} и $T_{dc, \text{посл}}$;

Варианты заданий приведены в разделе 8.2.4.

8.2.2. Сведения из теории

Практически в любой технической системе отказы одних элементов приводят к увеличению нагрузки на остальные элементы. В результате интенсивности отказов работающих элементов возрастают. Этот эффект носит название «последствие» отказов. Любая техническая система в той или иной степени подвержена этому явлению.

Экспоненциальные распределения времени до отказа

Расчет надежности систем с последствием, элементы которых имеют экспоненциальные распределения времени до отказа, изменяется незначительно по сравнению с расчетом надежности систем без последствия.

Общий подход к анализу надежности таких систем состоит в следующем:

- описание функционирования системы графом состояний;
- составление по графу системы алгебраических уравнений относительно среднего времени пребывания системы τ_i в каждом исправном состоянии, решение системы и определение среднего времени безотказной работы: $T_I = \sum_{i \in E_+} \tau_i$, где E_+ - множество исправных состояний;
- составление по графу системы дифференциальных уравнений относительно вероятностей пребывания системы $p_i(t)$ в исправных состояниях, решение системы и определение вероятности безотказной работы:

$$P(t) = \sum_{i \in E_+} p_i(t)$$

Произвольные распределения времени до отказа

Проведем анализ надежности системы с последствием отказов, если элементы имеют неэкспоненциальные законы распределения времени до отказа.

Покажем, что и в этом случае при вычислении показателей надежности системы эффект последствия можно учесть.

Рассмотрим дублированную систему с постоянно включенным резервом. Введем следующие обозначения:

- $f_1(t)$ и $P_1(t)$ - плотность распределения времени до отказа и вероятность безотказной работы элемента 1;
- $f_2(t)$ и $P_2(t)$ - плотность распределения времени до отказа и вероятность безотказной работы элемента 2;
- $f_3(t)$ и $P_3(t)$ - плотность распределения времени до отказа и вероятность безотказной работы элемента 1 после отказа элемента 2;
- $f_4(t)$ и $P_4(t)$ - плотность распределения времени до отказа и вероятность безотказной работы элемента 2 после отказа элемента 1.

Определим закон распределения времени до отказа системы. По формуле полной вероятности получим:

$$P_c(t) = P_1(t)P_2(t) + \int_0^t f_1(x)P_4(t+x_2-x)dx + \int_0^t f_2(x)P_3(t+x_1-x)dx. \quad (8.10)$$

Появление параметра сдвига x_2 в аргументе функции $P_4(t+x_2-x)$ обусловлено тем, что элемент 2 уже проработал время x , и теперь до отказа он должен проработать время $t-x$, но с законом распределения $P_4(t)$, причем не с самого начала, а с момента времени x_2 , обеспечивающего продолжение функционирования элемента 2. Момент времени x_2 берется так, чтобы вероятность остаточного времени работы элемента 2 после момента x была одинаковой для законов $P_4(t)$ и $P_4(t)$. Это значит, что должно выполняться равенство $P_4(x_2) = P_2(x)$ (условие сохранения остаточного ресурса). Таким образом, момент времени x_2 в формуле (8.10) является функцией момента x . Аналогичный смысл имеет аргумент x_1 в функции $P_3(t+x_1-x)$ который определяется уравнением $P_3(x_1) = P_1(x)$.

Рассмотрим частный случай экспоненциальных законов распределения, когда $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, $i=1,2,3,4$.

По формуле (8.10) получим:

$$P_c(t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} + \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} e^{-\lambda_4(t+x_2-x)} dx + \int_0^t \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} e^{-\lambda_3(t+x_1-x)} dx.$$

Из соотношения $P_4(x_2) = P_2(x)$ следует, что $\lambda_4 x_2 = \lambda_2 x$, а из соотношения $P_3(x_1) = P_1(x)$ - что $\lambda_3 x_1 = \lambda_1 x$. Следовательно:

$$\begin{aligned} P_c(t) &= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} + e^{-\lambda_4 t} \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} e^{\lambda_4 x - \lambda_2 x} dx + e^{-\lambda_3 t} \int_0^t \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} e^{\lambda_3 x - \lambda_1 x} dx = \\ &= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} + \lambda_1 e^{-\lambda_4 t} \frac{1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2-\lambda_4)t}}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4} + \lambda_2 e^{-\lambda_3 t} \frac{1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2-\lambda_3)t}}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3}. \end{aligned}$$

Для одинаковых по надежности элементов с первоначальной интенсивностью отказа λ и интенсивностью отказа λ' после возникновения отказа другого элемента получим:

$$P_c(t) = e^{-2\lambda t} + \frac{2\lambda}{2\lambda - \lambda'} e^{-\lambda' t} (1 - e^{-(2\lambda - \lambda')t}) = \frac{2\lambda}{2\lambda - \lambda'} e^{-\lambda' t} - \frac{\lambda'}{2\lambda - \lambda'} e^{-2\lambda t}.$$

Для неэкспоненциальных распределений расчет по формуле (8.10) является более сложной вычислительной задачей.

Если элементы дублированной системы имеют одинаковую надежность, то

$$P_c(t) = P^2(t) + 2 \int_0^t f(x) P'(t+x'-x) dx, \quad (8.11)$$

где:

- $f(t)$ и $P(t)$ - плотность распределения и вероятность безотказной работы элемента до наступления отказа другого элемента;
- $P'(t)$ - вероятность безотказной работы после отказа другого элемента;
- x' - корень уравнения $P'(x') = P(x)$.

Исследование надежности дублированной системы с последствием отказов элементов можно провести на основе программного средства aftereffect.exe, рассчитывающего вероятность безотказной работы в соответствии с формулами (8.10) или (8.11).

Вероятности безотказной работы дублированной системы с последствием отказов для случаев отсутствия и наличия «памяти». Приведем соответствующие формулы:

- *отсутствие «памяти»*. Вероятность безотказной работы системы выражается формулой:

$P(t) = P_1(t)P_2(t) + \int_0^t f_1(x)P_2(x)P_4(t-x)dx + \int_0^t P_1(x)f_2(x)P_3(t-x)dx.$	(8.12)
--	--------

В частности, если элементы равнонадежны, то

$$P(t) = P^2(t) + 2 \int_0^t f(x)P(x)P'(t-x)dx; \quad (8.13)$$

- *наличие «памяти»*. Вероятность безотказной работы системы вычисляется по формуле:

$$P_n(t) = P^2(t) + 2 \int_0^t f(x)P(x)dx P'(t) = P^2(t) + (1 - P^2(t))P'(t). \quad (8.15)$$

Покажем, что выражения (8.12) и (8.14) являются соответственно нижней и верхней оценками вероятности безотказной работы системы, вычисленной по формуле (8.10).

Для этого сделаем два естественных допущения:

- распределения $P_i(t)$ - «стареющие», т. е. вероятность остаточного времени «жизни» элемента в течение времени x не превышает вероятности безотказной работы за это же время:

$$\frac{P_i(t+x)}{P_i(t)} \leq P_i(x), \quad \text{или} \quad P_i(t+x) \leq P_i(t)P_i(x);$$

- эффект последствия может только ухудшить показатели надежности элементов:

$$P_3(t) \leq P_1(t) \quad \text{и} \quad P_4(t) \leq P_2(t).$$

В силу первого допущения:

$$P_4(t+x_2-x) \leq P_4(x_2)P_4(t-x) = P_2(x)P_4(t-x),$$

и, значит:

$$\int_0^t f_1(x)P_4(t+x_2-x)dx \leq \int_0^t f_1(x)P_2(x)P_4(t-x)dx.$$

Отсюда следует, что $P_c(t) \leq P(t)$.

Согласно второму допущению, $P_2(x) = P_4(x_2) \leq P_2(x_2)$, и в силу убывания функции $P_2(t)$, получим $x \geq x_2$. Тогда:

$$P_2(x)P_4(t) \leq P_4(t) \leq P_4(t+x_2-x),$$

значит:

$$\int_0^t f_1(x)P_2(x)dx P_4(t) \leq \int_0^t f_1(x)P_4(t+x_2-x)dx.$$

Отсюда следует, что $P_n(t) \leq P_c(t)$.

Таким образом, получена двусторонняя оценка вероятности безотказной работы систе-

мы с последствием отказов:

$$P_n(t) \leq P_c(t) \leq P(t). \quad (8.16)$$

Формулы для вероятности безотказной работы резервированной системы кратности $n-1$ с последствием отказов для случаев отсутствия и наличия «памяти»:

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i^{n+1-i}(t)) * 1(t), \quad P_n(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i^{n+1-i})(t), \quad (8.17)$$

где $f_{i+1}(t)$ - плотность распределения времени безотказной работы,

$P_{i+1}(t)$ - вероятность безотказной работы каждого элемента после отказа i элементов, $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

Соотношения (8.17) являются обобщением формул (8.13) и (8.15) на системы с произвольным числом элементов. Они имеют простой смысл. Вероятности $P(t)$ и $P_n(t)$ равны вероятностям безотказной работы схем общего резервирования замещением (рис. 8.5, а) и с постоянным резервом (рис. 8.5, б). Элементы каждой нерезервированной подсистемы равнонадежны, а элементы различных подсистем имеют разную надежность.

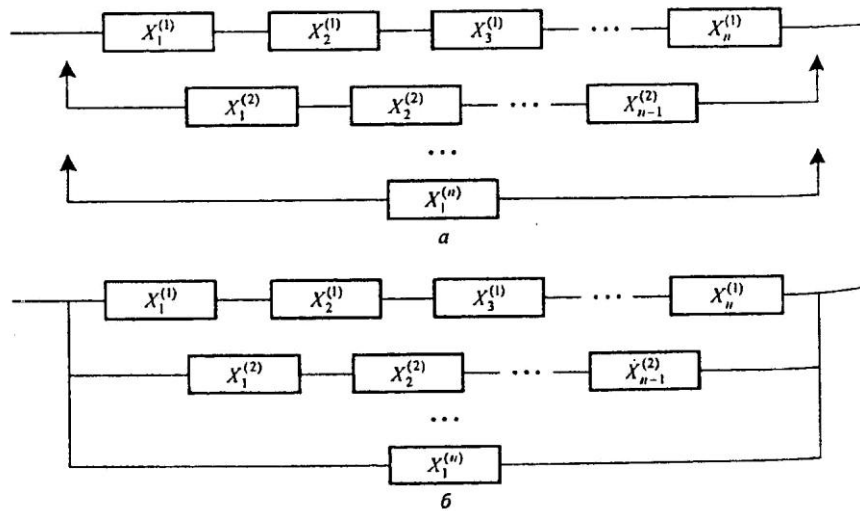


Рис. 8.5. Структурные схемы систем с последствием отказов для случаев отсутствия (а) и наличия «памяти» (б)

Время до отказа системы в случае отсутствия «памяти»

$$X_c = \sum_{i=1}^n \min(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \dots, X_{n-i+1}^{(i)})$$

соответствует резервированию замещением, а в случае наличия «памяти»

$$X_{c,n} = \max_{1 \leq i \leq n} \min(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \dots, X_{n-i+1}^{(i)})$$

- резервированию с постоянным резервом. Отсюда, в частности, следует неравенство

$$P(t) \geq P_n(t).$$

8.2.3. Пример выполнения работы

Структурная схема системы 1 (схема расчета надежности) изображена на рис. 8.6. Она состоит из четырех элементов и представляет собой общее резервирование с постоянно включенным резервом.

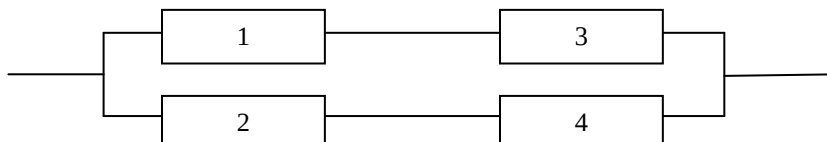


Рис. 8.6. Схема расчета надежности

Время работы до отказа каждого элемента имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 0,002 \text{ час}^{-1}$. После отказа любого элемента интенсивность отказа резервных элементов увеличивается и равна $\lambda' = 0,003 \text{ час}^{-1}$.

Элементы дублированной системы (системы 2) с постоянно включенным резервом имеют усеченно нормальный закон распределения времени до отказа с математическим ожиданием $m = 500 \text{ час}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 200 \text{ час}$. После отказа одного из элементов исправный элемент сохраняет вид закона, но в 2 раза уменьшается среднее время до отказа: $m' = 250 \text{ час}$.

Время работы обеих систем $t = 400 \text{ час}$.

Необходимо определить вероятность и среднее время безотказной работы систем 1 и 2 при отсутствии и при наличии последствия отказов.

Решение. Определим вероятность безотказной работы системы 1 при отсутствии последствий отказов. Вероятность безотказной работы нерезервированной системы равна $P(t) = e^{-2\lambda t}$, вероятность ее отказа $Q(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$. Поэтому вероятность отказа резервированной системы равна $Q_c(t) = (1 - e^{-2\lambda t})^2$, а вероятность ее безотказной работы:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-2\lambda t})^2 = 2e^{-2\lambda t} - e^{-4\lambda t} \quad (8.18)$$

Определим вероятность безотказной работы системы 1 при наличии последствия отказов. На рис. 8.7 представлен граф состояний системы.

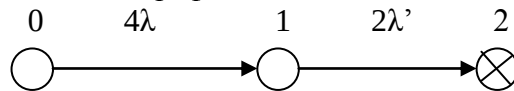


Рис. 8.7. Граф состояний системы с последствием отказов

Система дифференциальных уравнений для определения $P_{c, \text{посл}}(t)$ имеет вид:

$$\begin{cases} p_0'(t) = -4\lambda p_0(t); \\ p_1'(t) = 4\lambda p_0(t) - 2\lambda' p_1(t). \end{cases}$$

Найдем решение системы аналитически. Из первого уравнения получаем $p_0(t) = e^{-4\lambda t}$. Тогда из второго уравнения $p_1'(t) + 2\lambda' p_1(t) = 4\lambda e^{-4\lambda t}$. Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка, которое можно представить в виде:

$$(p_1(t)e^{2\lambda' t})' = 4\lambda e^{-4\lambda t} e^{2\lambda' t}.$$

Интегрируя обе части, получим:

$$p_1(t)e^{2\lambda' t} = \frac{4\lambda}{4\lambda - 2\lambda'} (1 - e^{-(4\lambda - 2\lambda')t}), \text{ или } p_1(t) = \frac{4\lambda}{4\lambda - 2\lambda'} (e^{-2\lambda' t} - e^{-4\lambda t}).$$

Таким образом,

$$P_{c, \text{посл}}(t) = p_0(t) + p_1(t) = \frac{4\lambda}{4\lambda - 2\lambda'} e^{-2\lambda' t} - \frac{2\lambda'}{4\lambda - 2\lambda'} e^{-4\lambda t}. \quad (8.19)$$

Графики вероятностей безотказной работы $P_c(t)$ и $P_{c, \text{посл}}(t)$ строятся по формулам (8.18) и (8.19). Они изображены на рис. 8.8.

Как следует из графиков, если не учитывать эффект последствия отказов вероятность безотказной работы системы будет завышенной. Относительная погрешность в момент времени $t = 400 \text{ час}$ составляет 33,7 %.

Определим среднее время безотказной работы системы 1 при отсутствии последствия отказов на основе формулы (8.18):

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-2\lambda t} - e^{-4\lambda t}) dt = \frac{2}{2\lambda} - \frac{1}{4\lambda} = \frac{3}{4\lambda} = 375 \text{ час}.$$

Среднее время безотказной работы системы при наличии последствия определим на основе формулы (8.19):

$$T_{1, \text{посл}} = \int_0^{\infty} P_{c, \text{посл}}(t) dt = \int_0^{\infty} \left(\frac{4\lambda}{4\lambda - 2\lambda'} e^{-2\lambda' t} - \frac{2\lambda'}{4\lambda - 2\lambda'} e^{-4\lambda t} \right) dt = \frac{4\lambda + 2\lambda'}{8\lambda\lambda'}.$$

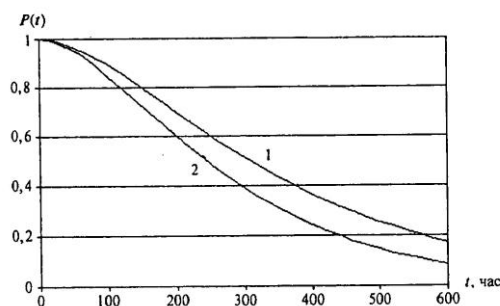


Рис. 8.8. Вероятность безотказной работы системы 1 без последствия (кривая 1) и с последствием отказов (кривая 2)

Подставляя численные значения, получим $T_{1, \text{посл}} = 292$ час. Таким образом, по среднему времени безотказной работы без учета последствия оценка также является завышенной.

Проведем анализ надежности дублированной системы (системы 2) с усеченными нормальными законами распределения отказов элементов.

Вероятность безотказной работы дублированной системы при отсутствии и при наличии последствия отказов определим с помощью программы `aftereffect.exe`. Результаты расчетов приведены в табл. 8.4 и в виде графиков на рис. 8.9.

Результатом работы программы является также среднее время безотказной работы дублированной системы при отсутствии и при наличии последствия отказов:

$$T = 608 \text{ час}, T_{\text{дс, посл}} = 554 \text{ час}.$$

Таблица 8.4. Значения $P(t)$ дублированной системы

t , час	$P_{\text{дс}}(t)$	$P_{\text{дс, посл}}(t)$
0	1	1
40	0,9997	0,9999
80	0,9989	0,9998
120	0,9968	0,9995
160	0,9927	0,9985
200	0,9854	0,9964
240	0,9734	0,9919
280	0,9544	0,9832
320	0,9261	0,9679
360	0,8860	0,9432
400	0,8320	0,9058

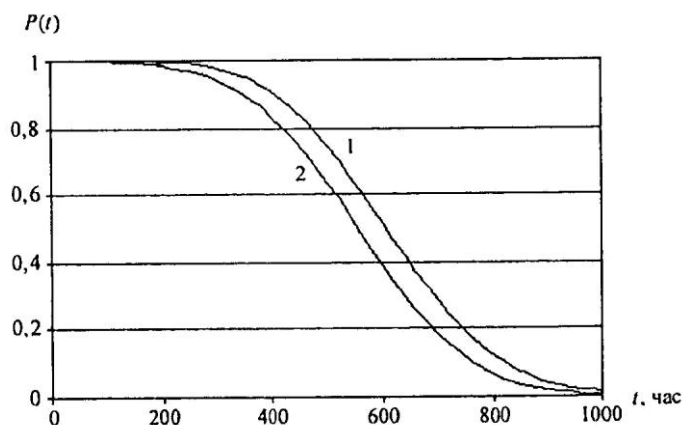


Рис. 8.9. Вероятность безотказной работы дублированной системы без последствия (кривая 1) и с последствием отказов (кривая 2)

На основе полученных расчетов можно сделать следующие выводы:

- эффект последствия отказов отрицательно влияет на показатели надежности систем;
- определение вероятности безотказной работы системы при наличии последствия отказов элементов - более сложная вычислительная задача, чем при его отсутствии;
- имеет место существенное различие в графиках вероятностей безотказной работы двух систем, а именно: для системы с экспоненциальными распределениями времени до отказа элементов наблюдается достаточно быстрое снижение надежности по сравнению с неэкспоненциальными распределениями.

8.2.4. Задания к лабораторной работе

Выполнить анализ надежности двух систем без последствия и с последствием отказов: система 1 задана структурной схемой, представленной на рис. 8.4, *а-е*, система 2 - дублированная. Для системы 2 последствие выражается уменьшением математического ожидания в 2 раза.

Указание: для элементов дублированной системы известны закон и параметры распределения времени до отказа элементов. Определить математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ .

Вариант	Номер схемы	λ	λ'	Распределение времени до отказа элементов дублированной системы
1	рис. 8.4, <i>а</i>	0,01	0,02	R(0,00005)
2	рис. 8.4, <i>б</i>	0,02	0,04	N(300; 5)
3	рис. 8.4, <i>в</i>	0,015	0,03	U(100; 200)
4	рис. 8.4, <i>г</i>	0,03	0,042	TN(460; 100)
5	рис. 8.4, <i>д</i>	0,02	0,027	R(0,00002)
6	рис. 8.4, <i>е</i>	0,01	0,015	TN(200; 70)
7	рис. 8.4, <i>а</i>	0,025	0,033	$\Gamma(3; 250)$
8	рис. 8.4, <i>б</i>	0,02	0,029	N(540; 100)
9	рис. 8.4, <i>в</i>	0,01	0,018	W(1,8; 220)
10	рис. 8.4, <i>г</i>	0,03	0,041	R(0,00008)
11	рис. 8.4, <i>д</i>	0,011	0,014	$\Gamma(3; 500)$
12	рис. 8.4, <i>е</i>	0,02	0,026	TN(160; 50)
13	рис. 8.4, <i>а</i>	0,013	0,019	U(300; 500)
14	рис. 8.4, <i>б</i>	0,021	0,032	TN(220; 80)
15	рис. 8.4, <i>в</i>	0,007	0,011	N(300; 90)
16	рис. 8.4, <i>г</i>	0,01	0,013	$\Gamma(2; 270)$
17	рис. 8.4, <i>д</i>	0,015	0,022	R(0,00002)
18	рис. 8.4, <i>е</i>	0,022	0,031	W(2,3; 240)
19	рис. 8.4, <i>а</i>	0,006	0,01	U(340; 400)
20	рис. 8.4, <i>б</i>	0,011	0,016	$\Gamma(3; 400)$
21	рис. 8.4, <i>в</i>	0,01	0,014	N(190; 60)
22	рис. 8.4, <i>г</i>	0,02	0,025	$\Gamma(3; 180)$
23	рис. 8.4, <i>д</i>	0,02	0,033	R(0,00004)
24	рис. 8.4, <i>е</i>	0,009	0,018	W(3; 200)
25	рис. 8.4, <i>а</i>	0,012	0,017	U(150; 200)

26	рис. 8.4, б	0,018	0,024	TN(280; 60)
27	рис. 8.4, в	0,02	0,028	N(150; 40)
28	рис.8.4, г	0,019	0,03	$\Gamma(2; 300)$
29	рис. 8.4, д	0,015	0,022	$\Gamma(2; 100)$
30	рис. 8.4, е	0,011	0,018	W(2,4; 250)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

«АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПРОФИЛАКТИКИ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»

Цель работы - Освоить методику определения оптимального значения частоты профилактики при различных законах распределения времени до отказа системы.

Общие сведения

В процессе функционирования сложной технической системы ухудшаются характеристики ее элементов, происходит разрегулировка узлов, наблюдается явление старения техники. Профилактика предназначена для устранения этих дефектов.

При постоянной интенсивности отказов $\lambda(t)$ система в профилактике не нуждается. Она проводится лишь частично в процессе восстановления отказавших элементов.

Профилактика нужна как средство продления периода эксплуатации системы, когда интенсивность отказов – величина переменная. В процессе старения системы она необходима для снижения скорости роста $\lambda(t)$.

Периодичность профилактики можно научно обосновать по статистическим данным об отказах техники и известным требованиям на показатели ее надежности. Однако такие способы обоснования периодичности профилактики имеют следующий недостаток.

Время между отказами элементов при любых законах распределения имеет большую дисперсию. А это означает, что могут возникнуть большие ошибки в выборе периодичности профилактики данного конкретного образца техники.

Поэтому целесообразно проводить профилактику техники по ее состоянию. Для этого необходим непрерывный контроль ее состояния.

Надежность элементов сложной системы (узлов, подсистем) различна. Поэтому и периодичность профилактики должна быть различной. Однако если проводить профилактику по состоянию элементов, то это потребует большого общего времени за счет увеличения частоты профилактики.

В данной лабораторной работе требуется оценить влияние профилактики на надежность системы, если время до отказа имеет не экспоненциальное распределение.

Постановка задачи

Дано:

- закон распределения времени безотказной работы системы и его параметры;
- закон распределения времени восстановления системы и его параметры;
- T_2 – среднее время между очередными профилактиками, в часах;
- T_{B2} – среднее время проведения профилактик, в часах.

Определить:

- математическое ожидание T_1 и среднее квадратическое отклонение σ_1 времени безотказной работы системы без профилактики;
- математическое ожидание T_2 и среднее квадратическое отклонение σ_{B1} времени восстановления системы без профилактики.

Определить показатели надежности системы без профилактики:

- $K_{Г1}$, T , T_B ;
- функцию готовности системы $K_{Г1}(t)$;
- среднее суммарное число отказов системы $M_1(t)$;
- среднюю суммарную наработку системы $m_1(t)$ за время t .

Определить для системы с профилактикой:

- коэффициент готовности $K_{ГС}$, наработку на отказ T_C и среднее время восстановления T_{BC} ;
- зависимость коэффициента готовности системы от периодичности профилактики для различных значений времени ее проведения в виде таблицы и графика;

– оптимальное значение частоты профилактики T_2 , *опт*, при которой коэффициент готовности системы $K_{ГC}$ превышает коэффициент готовности $K_{Г1}$ системы без профилактики и имеет при этом наибольшее значение.

Сведения из теории

Профилактика применяется с целью продления периода эксплуатации системы. Теоретические вопросы изложены в [1] разд. 10.3. Там же приведены соотношения для расчета стационарных показателей надежности системы с учетом проведения профилактик.

Средняя наработка на отказ T_C , среднее время восстановления T_{BC} и коэффициент готовности $K_{ГC}$ вычисляются по формулам:

$$T_C = \frac{m_1(T_2)}{M_1(T_2) + K_{Г1}(T_2)} \quad (9.1)$$

$$T_{BC} = \frac{T_{B1} \cdot M_1(T_2) + T_{B2} \cdot K_{Г1}(T_2)}{M_1(T_2) + K_{Г1}(T_2)} \quad (9.2)$$

$$K_{ГC} = \frac{m_1(T_2)}{m_1(T_2) + T_{B1} \cdot M_1(T_2) + T_{B2} \cdot K_{Г1}(T_2)} \quad (9.3)$$

где T_2 – время между профилактиками;

T_{B2} – время проведения профилактики;

$K_{Г1}(T_2)$ – функция готовности системы в момент времени T_2 ;

$m_1(T_2)$ – средняя суммарная наработка системы в течение времени T_2 ;

$M_1(T_2)$ – среднее суммарное число отказов системы в течение времени.

Из приведенных соотношений следует, что для системы с постоянной интенсивностью отказов проведение профилактики оказывается лишним, более того, оно даже уменьшает коэффициент готовности системы. Поэтому проведение профилактик в этом случае вредно. Профилактические работы могут быть выгодны только для систем с не экспоненциальным законом распределения времени до отказа. Критерием такой выгоды является выполнение неравенства:

$$K_{Г} \geq \frac{T_1}{T_1 + T_{B1}} \quad (9.4)$$

Если для заданных значений T_2 и T_{B2} неравенство (9.4) имеет место, то проведение профилактики целесообразно. Если это неравенство оказывается неверным, то профилактика лишь уменьшает готовность системы. В этом случае надо выяснить два вопроса:

– существует ли периодичность профилактики, для которой справедливо неравенство (9.4);

– при положительном ответе на первый вопрос определить оптимальную периодичность между профилактиками T_2 , *опт*, для которого коэффициент готовности системы достигает максимального значения.

По формулам (9.1) – (9.3) можно рассчитать показатели надежности без использования математических пакетов только для случая постоянных интенсивностей отказов и восстановлений системы. Однако как раз при этом применять профилактику и не нужно. В общем случае для расчетов необходимо иметь соответствующее программное средство. Будем использовать для анализа надежности системы с профилактикой программу prevention.exe /1/.

Исходными данными являются параметры распределений. Для применения программы требуется знание математического ожидания и среднего квадратического отклонений этих распределений. Соответствующие формулы содержатся в таблице 9.1.

Таблица 9.1– Связь параметров распределений с первыми двумя моментами

Распределение	m	σ
---------------	-----	----------

1	2	3
Экспоненциальное $Exp(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Равномерное $U(a, b), a \geq 0$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{2 \cdot \sqrt{3}}$
Гамма $\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha \beta$	$\sqrt{\alpha \cdot \beta}$
Рэлея $R(\lambda)$	$\sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot \lambda}}$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{4 \cdot \lambda}}$
Нормальное $N(m, \sigma) m > 3 \cdot \sigma$	m	σ
Усеченное нормальное $TN(m_0, \sigma_0)$	$m_0 + k \cdot \sigma_0$	$\sigma_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \frac{m_0}{\sigma_0} - k^2},$ $k = \frac{c}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\frac{m_0^2}{2 \cdot \sigma_0^2}},$ $C = \left(0,5 + \Phi_0 \left(\frac{m_0}{\sigma_0} \right) \right)^{-1}$
Вейбулла $W(\alpha, \beta)$	$\beta \cdot \Gamma(1 + 1/\alpha)$	$\beta \cdot \sqrt{\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha)}$

Примечания: В таблице $\Phi_0(t)$ – функция Лапласа, $\Gamma(t)$ – гамма-функция.

Методика выполнения работы

Предположим, что наработка системы до отказа подчинена распределению Вейбулла с параметрами $\alpha = 3, \beta = 100$ час. Время восстановления системы имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 0,05$ час⁻¹.

Средняя наработка между очередными профилактиками $T_2 = 120$ час, среднее время проведения профилактик $T_{с2} = 1, 3$ и 5 часов (рассмотреть три варианта).

Решение. Для проведения расчетов воспользуемся формулами связи начальных моментов с параметрами распределений.

Находим математическое ожидание времени безотказной работы системы (таблица 9.1):

$$m = \beta \cdot \tilde{A}(1+1/\alpha) = 100 \cdot \tilde{A}(1+1/3) = 100 \cdot \tilde{A}(1,3333).$$

Среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы:

$$\sigma = \beta \sqrt{\tilde{A}(1+2/\alpha) - \tilde{A}^2(1+1/\alpha)} = 100 \sqrt{\tilde{A}(1+2/3) - \tilde{A}^2(1+1/3)} = 100 \sqrt{\tilde{A}(1,6667) - \tilde{A}^2(1,3333)}.$$

Вычисление значений гамма-функции легко выполнить в программе Excel. Для этого в ячейки A1 и A2 запишем выражения:

$$A1 = \text{EXP}(\text{ГАММАНЛОГ}(1,3333)),$$

$$A1 = \text{EXP}(\text{ГАММАНЛОГ}(1,6667)).$$

Тогда в этих ячейках получим:

$$\Gamma(1,3333) = 0,8930, \Gamma(1,6667) = 0,9028.$$

$$\text{Следовательно, } T_1 = 100 \cdot \Gamma(1,3333) = 89,3 \text{ час,}$$

$$\sigma_1 = 100 \sqrt{\tilde{A}(1,6667) - \tilde{A}^2(1,3333)} = 32,5 \text{ час.}$$

Среднее время восстановления системы равно

$$O_{\tilde{A}1} = \frac{1}{\lambda} = 20 \text{ час. Таково же и значение } \sigma_{\tilde{A}1}.$$

Вычислим коэффициент готовности системы без профилактики:

$$K_{\tilde{A}1} = \frac{T_1}{T_1 + T_{B1}} = \frac{89,3}{89,3 + 20} = 0,8170.$$

Для расчетов остальных характеристик воспользуемся программой prevention.exe. Рабочая форма программы prevention.exe приведена на рисунке.

После запуска программы необходимо ввести следующие исходные данные:

по времени безотказной работы системы:

- математическое ожидание $T_1=89,3$ час;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma_1=32,5$ час;
- выбрать из списка распределение Вейбулла;

по времени восстановления системы:

- математическое ожидание $T_{B1}=20$ час;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma_{B1} = 20$ час;
- выбрать из списка экспоненциальное распределение;
- время между очередными профилактиками $T_2=120$ час;
- время проведения профилактик $T_{B2}= 1$ час.

Результатами решения являются:

- показатели надежности системы без учета и с учетом профилактики;
- файл prevention.txt , содержащий требуемые по заданию характеристики надежности системы в зависимости от времени ее работы;
- таблица значений и график зависимости коэффициента готовности системы от частоты профилактики.

Показатели надежности системы при различном времени проведения профилактики приведены в таблице 9.2.

Из таблицы 9.2 следует, что профилактика заметно повышает коэффициент готовности системы для широкого диапазона времени ее проведения. Если время профилактики равно 1 часу, то выигрыш составит:

$$G_{K,1} = \frac{0,8540 - 0,8170}{0,8170} \cdot 100\% = 4,5\%.$$

Таблица 9.2 – Стационарные показатели надежности системы

Показатели надежности	Без профилактики	С профилактикой		
		$T_{B2} = 1$ час	$T_{B2} = 3$ час	$T_{B2} = 5$ час
K_A	0,8170	0,8540	0,8435	0,8332
T_C , час	89,3	64,6	64,6	64,6
T_{BC} , час	20	11,05	11,99	12,93

Наработка на отказ не зависит от времени профилактики. Это ясно из физических соображений, а также из таблицы 9.2 и из формулы (9.1). Поскольку после профилактики система обновляется, то время ее восстановления сокращается, а за счет этого происходит увеличение коэффициента готовности.

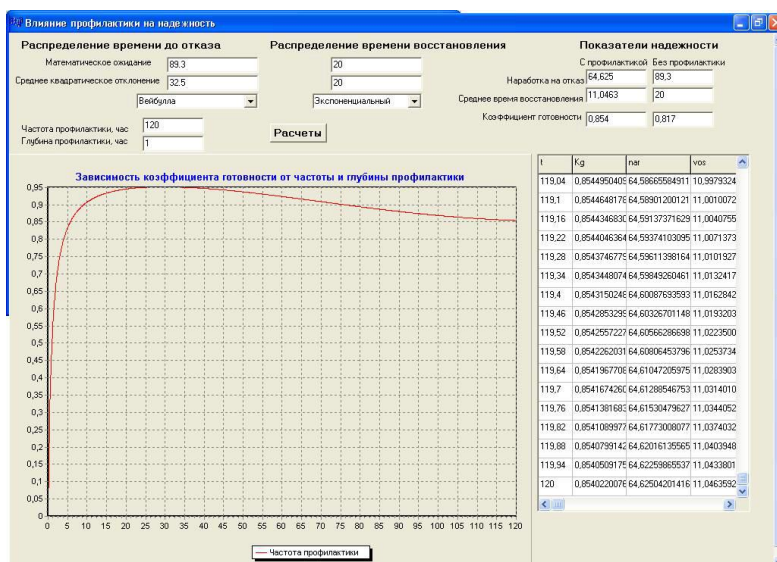


Рис. 9.1 – Рабочая форма программы prevention.exe

prevention - Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
0.060000	0.000000	0.000000	0.060000	1.000000	0.000000
0.120000	0.000000	0.000000	0.120000	1.000000	0.000000
0.180000	0.000000	0.000000	0.180000	1.000000	0.000000
0.240000	0.000000	0.000000	0.240000	1.000000	0.000000
0.300000	0.000000	0.000000	0.300000	1.000000	0.000000
0.360000	0.000000	0.000000	0.360000	1.000000	0.000000
0.420000	0.000000	0.000000	0.420000	1.000000	0.000000
0.480000	0.000000	0.000000	0.480000	1.000000	0.000000
0.540000	0.000000	0.000000	0.540000	1.000000	0.000000
0.600000	0.000000	0.000000	0.600000	1.000000	0.000000
0.660000	0.000000	0.000000	0.660000	1.000000	0.000000
0.720000	0.000000	0.000000	0.720000	1.000000	0.000001
0.780000	0.000000	0.000000	0.780000	1.000000	0.000001
0.840000	0.000000	0.000000	0.840000	0.999999	0.000001
0.900000	0.000000	0.000000	0.900000	0.999999	0.000001
0.960000	0.000000	0.000000	0.960000	0.999999	0.000001
1.020000	0.000000	0.000000	1.020000	0.999999	0.000001
1.080000	0.000000	0.000000	1.080000	0.999999	0.000001
1.140000	0.000000	0.000000	1.140000	0.999999	0.000001
1.200000	0.000000	0.000000	1.199999	0.999998	0.000001
1.260000	0.000000	0.000000	1.259999	0.999998	0.000002
1.320000	0.000000	0.000000	1.319999	0.999998	0.000002
1.380000	0.000000	0.000000	1.379999	0.999997	0.000002
1.440000	0.000000	0.000000	1.439999	0.999997	0.000002

Рис. 9.2 – Пример файла prevention.txt

Уменьшение времени восстановления системы T_{BC} следует из формулы (9.2), если T_{B2} меньше T_{B1} .

Таблица 2.3.– Переходные характеристики надежности системы

t, час	$\omega_{B1}(t)$	$M_1(t)$	$m_1(t)$	$K_{Г1}(t)$
0	0	0	0	1
6	0	0,0002	5,99969	0,999797
12	0	0,0017	11,99533	0,99849
18	0,0002	0,0058	17,9777	0,995255
24	0,0005	0,0138	23,93337	0,989514
30	0,0009	0,0267	29,84612	0,980908
36	0,0015	0,0458	35,6982	0,969282
42	0,0022	0,0717	41,47155	0,954687
48	0,0031	0,1051	47,14902	0,937382
54	0,0041	0,1463	52,71562	0,917827
60	0,0051	0,1953	58,15974	0,89668
66	0,0062	0,2515	63,4742	0,87476
72	0,0073	0,3141	68,65719	0,85007
78	0,0083	0,3819	73,71261	0,832417

84	0,0093	0,4535	75,65047	0,813962
90	0,01	0,5271	83,48615	0,798505
96	0,0106	0,6012	88,23987	0,786715
102	0,011	0,6742	92,93492	0,778996
108	0,0112	0,7447	97,59615	0,775441
114	0,0112	0,8117	102,2481	0,775821
120	0,011	0,8747	106,9129	0,779606

Программа создает файл prevention.txt (рис. 9.2), в котором содержится информация об обобщенных показателях надежности системы, таких как параметр потока восстановлений $\omega_{B1}(t)$, среднее суммарное число отказов $M_1(t)$, средняя суммарная наработка $m_1(t)$, функция готовности $K_{Г1}(t)$. Все эти показатели являются функциями времени и содержатся в таблице 9.3. Обобщенные показатели присутствуют в расчетных формулах (9.1)–(9.3).

На рисунках 9.3 – 9.5 изображены графики обобщенных показателей. Функция готовности (рисунок 9.3) имеет колебательный характер. За время 120 часов она еще не вошла в стационарный режим и достаточно далека от коэффициента готовности, равного $K_{Г1} = 0,8170$. В момент времени 120 часов кривая находится ниже своего предельного значения.

Среднее суммарное число отказов (рисунок 9.4) и средняя суммарная наработка (рисунок 9.5) имеют возрастающий характер. Отношение $T_1(t) = \frac{m_1(t)}{M_1(t)}$ характеризует среднюю наработку системы в течение времени t . Предельное значение $T_1(t)$ совпадает с наработкой на отказ T_1 .

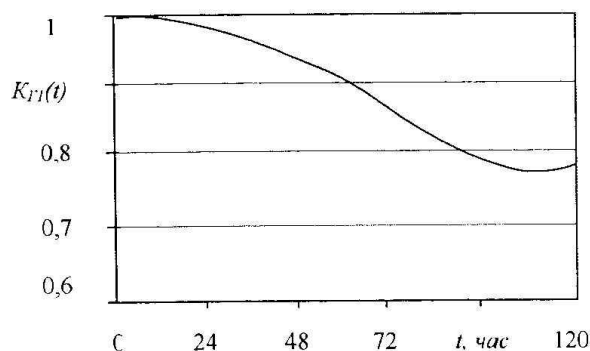


Рис. 9.3 – Функция готовности системы

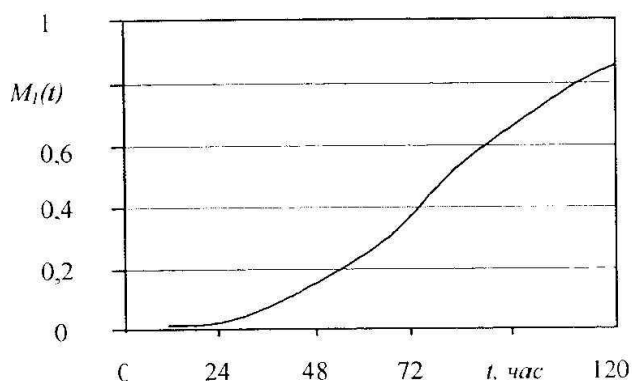


Рис. 9.4 – Средняя суммарная наработка системы

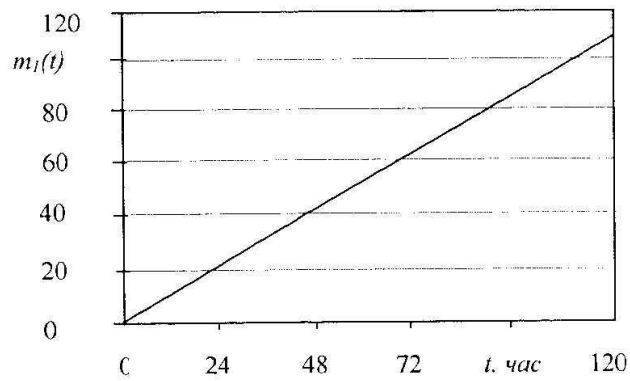


Рис. 9.5 – Среднее суммарное число отказов системы

Определим зависимость коэффициента готовности системы от частоты профилактики.
Для этого пересчитаем строки таблицы 9.3 по формуле (9.3).
Рассчитанные значения приведены в таблице 9.4.

Таблица 9.4 – Коэффициент готовности системы при различных значениях T_2 и T_{B2}

T_2 , час	$T_{B2} = 1$ час	$T_{B2} = 3$ час	$T_{B2} = 5$ час
0	0	0	0
6	0,856672	0,666404	0,545294
12	0,920747	0,798369	0,704705
18	0,941785	0,852854	0,779268
24	0,949779	0,880618	0,820846
30	0,951695	0,895665	0,845867
36	0,949837	0,909248	0,861015
42	0,945539	0,906094	0,869808
48	0,939441	0,905612	0,874135
54	0,932039	0,90274	0,875228
60	0,923721	0,89814	0,873937
66	0,914891	0,892388	0,870965
72	0,905861	0,88592	0,866837
78	0,896932	0,879123	0,862008
84	0,88836	0,87232	0,85685
90	0,880408	0,865826	0,85172
96	0,873225	0,859836	0,846853
102	0,866947	0,854528	0,842459
108	0,861658	0,850019	0,83869
114	0,857369	0,846358	0,835625
120	0,854029	0,842523	0,833272

Графическая иллюстрация таблицы 9.4 приведена на рисунке 9.6.

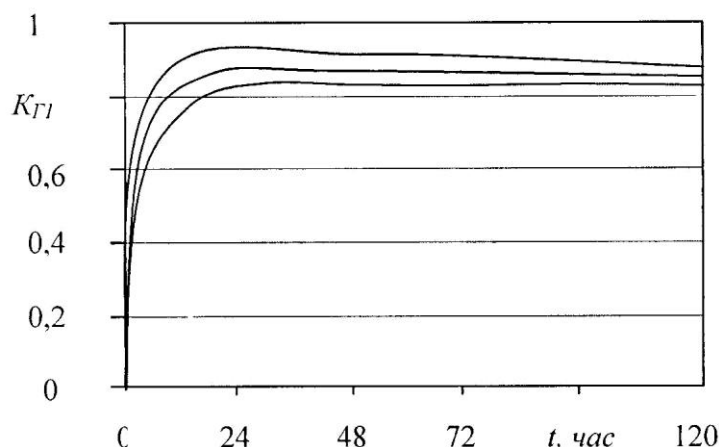


Рис. 2.6 – Коэффициент готовности системы в зависимости от частоты и глубины профилактики

Каждая кривая, изображенная на рисунке, имеет точку максимума. Это значит, что существует оптимальная точка, в которой коэффициент готовности максимален. Для различного времени профилактики оптимальная точка $T_{2\text{onm}}$ и наибольшее значение K_G приведены в таблице 9.5.

Таблица 9.5 – Оптимальный план профилактики

Время проведения профилактики	$T_{2\text{onm}}$, час	$K_{GL}(\text{макс})$
$T_{B2}=1$ час	30	0,9517
$T_{B2}=3$ час	42	0,9061
$T_{B2}=5$ час	54	0,8752

Оптимальная частота профилактики получена здесь приближенно, поскольку таблица 9.4 рассчитана с шагом 6 часов. Используя файл prevention.txt, можно более точно получить $T_{2\text{onm}}$ и максимальное значение K_{GL} .

Проведенные расчеты и полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- система, имеющая экспоненциальное время до отказа, в профилактике не нуждается; профилактика оказывает негативное влияние на коэффициент готовности системы;
- для систем с переменной интенсивностью отказа профилактика может дать ощутимый выигрыш по среднему времени восстановления и коэффициенту готовности;
- профилактика ведет к сокращению наработки на отказ;
- на основе известных законов распределения времени до отказа и восстановления можно определить частоту и глубину профилактики. Существенную помощь в этом вопросе может оказать компьютерная программа prevention.exe.

Варианты заданий к лабораторной работе

Требуется оценить влияние профилактики на надежность системы в соответствии со своим вариантом.

В таблице вариантов заданий приняты следующие обозначения законов распределения времени до отказа и времени восстановления:

- R – Рэлея;
- N – нормальный;
- U – равномерное;
- W – Вейбулла;
- Г – гамма;
- TN – усеченно нормальный;
- Exp – экспоненциальный.

Таблица 2.5 – Варианты заданий к лабораторной работе*

Вариант	Закон распределения		T_2	T_{B2}
	Времени до отказа	Времени восстановления		

1	R(0,006)	Exp(0,1)	60	1,3,5
2	2 N(300; 15)	Exp(0,06)	200	1,3,5
3	U(200; 250)	Exp(0,13)	200	1,3,5
4	W(2; 220)	Exp(0,16)	180	1,3,5
5	$\Gamma(3,5;110)$	Exp(0,025)	300	1,3,5
6	UN(200; 12)	Exp(0,08)	190	1,3,5
7	$\Gamma(3; 125)$	Exp(0,1)	270	1,3,5
8	R(0,002)	Exp(0,06)	100	1,3,5
9	W(1,8; 220)	Exp(0,08)	170	1,3,5
10	R(0,008)	Exp(0,11)	50	1,3,5
11	$\Gamma(3,2; 150)$	Exp(0,08)	400	1,3,5
12	TN(320; 30)	Exp(0,12)	320	1,3,5
13	U(300; 400)	Exp(0,04)	290	1,3,5
14	UN(220; 10)	Exp(0,07)	340	1,3,5
15	N(300; 14)	Exp(0,09)	230	1,3,5
16	$\Gamma(2; 270)$	Exp(0,06)	400	1,3,5
17	TN(270; 15)	Exp(0,03)	290	1,3,5
18	W(2,3;240)	Exp(0,1)	200	1,3,5
19	U(340; 400)	Exp(0,05)	310	1,3,5
20	R(0,004)	Exp(0,03)	80	1,3,5
21	N(190; 6)	Exp(0,08)	160	1,3,5
22	$\Gamma(3; 170)$	Exp(0,11)	500	1,3,5
23	N(400; 20)	Exp(0,085)	350	1,3,5
24	W(3;200)	Exp(0,15)	150	1,3,5
25	U(150; 200)	Exp(0,075)	160	1,3,5
26	TN(280; 12)	Exp(0,06)	210	1,3,5
27	N(150; 7)	Exp(0,11)	110	1,3,5
28	$\Gamma(2; 300)$	Exp(0,075)	430	1,3,5
29	$\Gamma(2; 100)$	Exp(0,2)	230	1,3,5
30	W(2,4; 250)	Exp(0,07)	220	1,3,5

* В скобках указаны параметры закона для данного варианта задания.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Перед выполнением лабораторной работы студенты выбирают вариант задания в соответствии со списком группы.

2. Используя формулы связи начальных моментов с параметрами распределений (таблица 9.1) рассчитать математическое ожидание времени безотказной работы системы и среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы системы. Определить среднее время восстановления системы и среднее квадратическое отклонение времени восстановления системы (таблица 9.1). Для расчетов использовать программу Excel.

3. Вычислить коэффициент готовности системы без профилактики.

4. Используя программу prevention.exe., рассчитать показатели надежности системы: параметр потока восстановлений $\omega_{B1}(t)$, среднее суммарное число отказов $M_1(t)$, среднюю суммарную наработку $m_1(t)$, функцию готовности $K_{A1}(t)$. Расчеты провести для системы без учета и с учетом профилактики.

5. Построить графики обобщенных показателей.

6. Определить зависимость коэффициента готовности системы от частоты профилактики и построить соответствующий график.

7. Определить оптимальную частоту профилактики для различного времени профилактики.

8. Сделать выводы.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Наименование и цель работы.
2. Основные определения и расчетные формулы.
3. Исходные данные и результаты вычислений (таблицы, графики).
4. Выводы и заключение.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Основное назначение профилактики?
2. Какой величиной определяется эффективность профилактики?
3. Что показывает комплексный показатель надежности системы – коэффициент готовности?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

«ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕННОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»

1. Постановка задачи

Дано:

- восстанавливаемая система с пополняемым временным резервом;
- закон распределения времени безотказной работы системы;
- закон распределения времени восстановления системы;
- $t_{рез.}$ - величина пополняемого временного резерва, в часах.

Определить:

- математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ времени безотказной работы нерезервированной системы;
- математическое ожидание m_b и среднее квадратическое отклонение σ_b времени восстановления нерезервированной системы;
- показатели надежности системы с временным резервом:
 - наработку на отказ $T_{рез.}$;
 - среднее время восстановления $T_{в,рез.}$;
 - коэффициент готовности $K_{г,рез.}$;
 - вероятность безотказной работы $P_{рез.}(t)$;
- показатели надежности системы без учета временного резерва:
 - наработку на отказ T ;
 - среднее время восстановления T_b ;
 - коэффициент готовности K_g ;
 - вероятность безотказной работы $P(t)$;
- выигрыш надежности системы от введения временного резерва.

Варианты заданий приведены в разделе 4.

2. Сведения из теории

Временное резервирование (временная избыточность) является важным способом повышения надежности технических и особенно информационных систем. Система обладает временным резервом, если для устранения отказа она имеет определенный запас времени. Временной резерв может быть как постоянной, так и случайной величиной.

Если после любого отказа системы временной резерв имеет один и тот же запас времени, то резерв является пополняемым. Если в результате отказа система продолжает «расходовать» резервное время, оставшееся после предыдущего отказа, то резерв является непополняемым. В зависимости от этого различают системы с пополняемым или с непополняемым резервом времени.

Предположим, что система обладает пополняемым резервом времени. Тогда стационарные показатели надежности, такие как наработка на отказ, среднее время восстановления и коэффициент готовности, определяются следующими соотношениями:

$$T_c = \frac{T + \int_0^{\infty} \bar{G}(t) \bar{H}(t) dt}{\int_0^{\infty} \bar{G}(t) h(t) dt}, \quad T_{вс} = \frac{\int_0^{\infty} \bar{G}(t) H(t) dt}{\int_0^{\infty} \bar{G}(t) h(t) dt}, \quad K_g = \frac{T + \int_0^{\infty} \bar{G}(t) \bar{H}(t) dt}{T + T_b}, \quad (10.1)$$

где:

T - наработка на отказ системы при отсутствии временного резерва;

T_b — среднее время восстановления системы при отсутствии временного резерва;

$G(t)$ — функция распределения времени восстановления системы.

$$\bar{G}(t) = 1 - G(t);$$

$H(t)$ — функция распределения резерва времени, $\bar{H}(t) = 1 - H(t)$;

В частности, при постоянном резерве времени, равном $t_{рез}$, имеют место формулы:

$$T_c = \frac{T + T_B - \psi(t_{рез.})}{\bar{G}(t_{рез.})}, \quad T_{вс} = \frac{\psi(t_{рез.})}{\bar{G}(t_{рез.})}, \quad K_r = \frac{T + T_B - \psi(t_{рез.})}{T + T_B}, \quad (10.2)$$

где:

$$\psi(t) = \int_0^{\infty} \bar{G}(t+x) dx$$

Выражения функции $\psi(t)$ для различных распределений вероятностей приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1. Функция $\psi(t)$ для различных распределений

Распределение	$\psi(t) = \int_0^{\infty} \bar{G}(t+x) dx$
Экспоненциальное $\text{Exp}(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t}$
Равномерное $U(a, b)$, $a \geq 0$	$\begin{cases} \frac{b+a}{2} - t, & t < a; \\ \frac{(b-t)^2}{2(b-a)}, & a \leq t \leq b; \\ 0, & t > b \end{cases}$
Гамма $\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha \beta \left(1 - I \left(\alpha + 1, \frac{t}{\beta} \right) \right) - t \left(1 - I \left(\alpha, \frac{t}{\beta} \right) \right)$
Усеченное нормальное $TN(m_0, \sigma_0)$	$\sigma_0^2 g(t) - (t - m_0) \bar{G}(t)$
Рэля $R(\lambda)$	$\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \left(0,5 - \Phi_0(\sqrt{2\lambda} t) \right)$
Вейбулла $W(\alpha, \beta)$	$\frac{\beta}{\alpha} \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(1 - I \left(\frac{1}{\alpha}, \left(\frac{t}{\beta} \right)^\alpha \right) \right)$
Нормальное $N(m, \sigma)$, $m > 3\sigma$	$\sigma^2 g(t) - (t - m) \bar{G}(t)$

В таблице $\Phi_0(t)$ — функция Лапласа, $\Gamma(t)$ — гамма-функция, $I(\alpha, t)$ — неполная гамма-функция.

Показатели надежности системы зависят от закона распределения времени восстановления системы и величины временного резерва и не зависят от закона распределения времени безотказной работы. Это следует из формул (10.1) и (10.2). Насколько велика данная зависимость, предстоит выяснить в лабораторной работе.

Функция готовности системы с пополняемым резервом времени определяется выражением:

$$K_r(t) = \bar{F}(t) + (\bar{F} * g + \bar{G}\bar{H}) * \omega(t), \quad (10.3)$$

где:

$\bar{F}(t)$ - функция распределения времени безотказной работы системы, $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$;

$g(t)$ - плотность распределения времени восстановления системы;

$\omega(t)$ — параметр потока отказов нерезервированной системы:

$$\omega(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f^{*(k+1)} * g^{*(k)}(t);$$

* — обозначение свертки функций:

$$f * g(t) = \int_0^t f(t-x)g(x)dx;$$

$f^{*(k+1)}(t)$ - $(k+1)$ - кратная свертка функции $f(t)$;

$g^{*(k)}(t)$ - k - кратная свертка функции $g(t)$.

Вероятность безотказной работы системы с пополняемым резервом времени есть решение следующего интегрального уравнения:

$$P(t) = P * f * (g\bar{H})(t) + \bar{F}(t) + f * (\bar{G}\bar{H})(t). \quad (10.4)$$

Заметим, что временные показатели надежности зависят от закона распределения времени безотказной работы.

Интегрируя (10.4) получим выражение для среднего времени безотказной работы системы

$$T_{1c} = \frac{\int_0^{\infty} (\bar{F}(t) + f * (\bar{G}\bar{H})(t))dt}{1 - \int_0^{\infty} (g\bar{H})(t)dt} = \frac{T + \int_0^{\infty} \bar{G}(t)\bar{H}(t)dt}{\int_0^{\infty} \bar{G}(t)h(t)dt}.$$

Из формулы (10.1) следует, что среднее время безотказной работы равно наработке на отказ: $T_{1c} = T_c$.

Таким образом, расчетные соотношения для всех основных показателей надежности системы с пополняемым временным резервом у нас есть. Однако, проведение вычислений без использования компьютерных средств затруднительно, да и нецелесообразно. Воспользуемся программой timerezerve.exe. Программа рассчитывает показатели надежности системы с временным резервом на основе соотношений (10.1)-(10.4).

3. Пример выполнения лабораторной работы

Исходными данными задачи являются:

- время до отказа имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 16$, $\beta = 12,5$ час;
- время восстановления имеет распределение Рэлея с параметром $\lambda = 0,007854$ час⁻¹;
- временной резерв составляет $t_{рез.} = 5$ час.

Вычислим начальные моменты для гамма-распределения и распределения Рэлея по формулам из табл. 9.1.

Математическое ожидание времени безотказной работы системы равно:

$$m = \alpha\beta = 16 \cdot 12,5 = 200 \text{ час.}$$

Среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы равно:

$$\sigma = \sqrt{\alpha\beta} = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ час.}$$

Математическое ожидание времени восстановления системы равно:

$$m_B = \sqrt{\frac{\pi}{4\lambda}} = \sqrt{\frac{3,14159}{4 \cdot 0,007854}} = 10 \text{ час.}$$

Среднее квадратическое отклонение времени восстановления равно:

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{4-\pi}{4\lambda}} = \sqrt{\frac{4-3,14159}{4 \cdot 0,007854}} = 5,2 \text{ час.}$$

Показатели надежности системы с временным резервом и без временного резерва вычислим по программе timerezerve.exe. После запуска программы производится ввод законов распределения времени безотказной работы, времени восстановления, рассчитанных значений начальных моментов: m , σ , m_B , σ_B , а также резерва времени. Нажатие кнопки Расчеты приводит к вычислению показателей надежности. Стационарные показатели приведены в табл. 10.2, а вероятность безотказной работы - в табл. 10.3.

Графики вероятности безотказной работы показаны на рис. 10.1.

Таблица 10.2. Показатели надежности системы при наличии и отсутствии резерва времени

Временной резерв	T_c , час	T_{BC} , час	K_T
Есть	249,1	6,4606	0,9747
Нет	200	10	0,9523

Таблица 10.3. Вероятность безотказной работы системы при наличии и отсутствии резерва времени

t, час	$P_{рез.}(t)$	$P(t)$	t, час	$P_{рез.}(t)$	$P(t)$	t, час	$P_{рез.}(t)$	$P(t)$
0	1	1	136	0,9442	0,9136	272	0,2474	0,0841
8	1	1	144	0,9195	0,877	280	0,2292	0,0659
16	1	0,9999	152	0,8896	0,8326	288	0,214	0,0511
24	1	0,9999	160	0,8549	0,781	296	0,2011	0,0393
32	0,9999	0,9999	168	0,7992	0,7234	304	0,1902	0,03
40	0,9999	0,9999	176	0,7474	0,6614	312	0,1808	0,0226
48	0,9999	0,9999	184	0,6933	0,5967	320	0,1724	0,017
56	0,9999	0,9999	192	0,6383	0,5312	328	0,1647	0,0126
64	0,9999	0,9999	200	0,5841	0,4667	336	0,1576	0,0093
72	0,9998	0,9996	208	0,5318	0,4047	344	0,1508	0,0068
80	0,9995	0,999	216	0,4827	0,3465	352	0,1441	0,005
88	0,9988	0,9974	224	0,4375	0,2929	360	0,1375	0,0036
96	0,9973	0,9942	232	0,3967	0,2447	368	0,131	0,0026
104	0,9935	0,9884	240	0,3606	0,202	376	0,1243	0,0018
112	0,9877	0,9787	248	0,3291	0,1649	384	0,1177	0,0013
120	0,9787	0,9637	256	0,2946	0,1331	392	0,111	0,0009
128	0,9635	0,9424	264	0,269	0,1064	400	0,1043	0,0006

Рассчитаем выигрыш надежности системы от введения временного резерва. За показатель выигрыша примем относительный процент повышения показателей надежности системы от введения временного резерва. Согласно табл. 10.2 относительное превышение надежности будет иметь следующее значение:

- по наработке на отказ:

$$G_{T_c} = \frac{T_{c, \text{рез.}} - T_c}{T_c} \cdot 100\% = 24,6\% ;$$

- по среднему времени восстановления:

$$G_{T_{вс}} = \frac{T_{вс} - T_{вс, \text{рез.}}}{T_{вс}} \cdot 100\% = 35,4\% ;$$

- по коэффициенту готовности:

$$G_{K_r} = \frac{2(K_{r, \text{рез.}} - K_r)}{K_{r, \text{рез.}} + K_r} \cdot 100\% = 2,3\% ;$$

- по коэффициенту простоя

$$G_{K_n} = \frac{2(K_n - K_{n, \text{рез.}})}{K_{n, \text{рез.}} + K_n} \cdot 100\% = 61,4\% .$$

Результаты аналогичных расчетов по вероятности безотказной работы в соответствии с формулой:

$$G_{P(t)} = \frac{2(P_{\text{рез.}}(t) - P(t))}{P_{\text{рез.}}(t) + P(t)} \cdot 100\%$$

сведены в табл. 10.4.

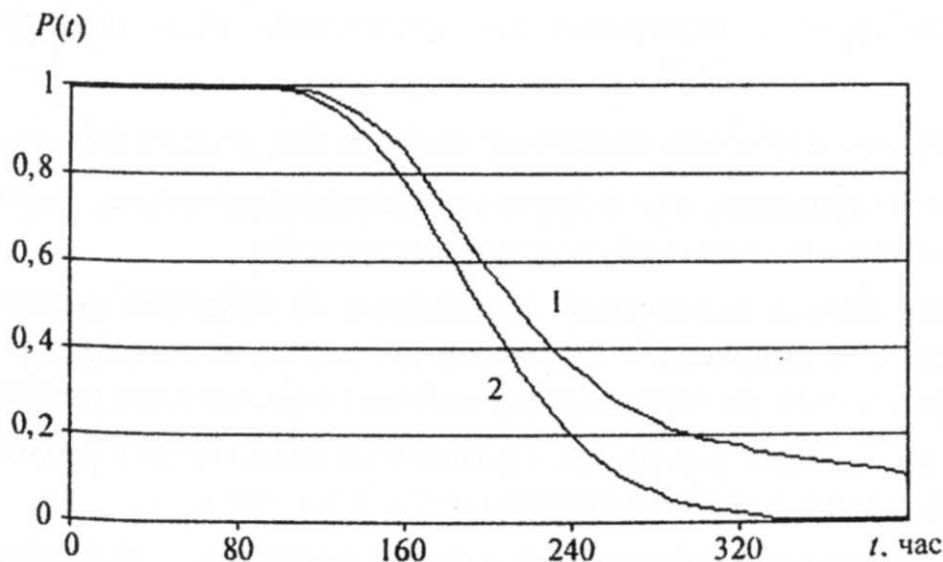


Рис. 10.1 Вероятность безотказной работы системы с резервом времени (кривая 1). Без резерва времени (кривая 2)

Таблица 10.4. Выигрыш от временного резерва по $P(t)$

t, час	$G_p(t)$	t, час	$G_p(t)$	t, час	
0	0	136	3,3	272	
8	0	144	4,7	280	
16	0	152	6,6	288	
24	0	160	9,0	296	
32	0	168	10,0	304	
40	0	176	12,2	312	
48	0	184	15,0	320	
56	0	192	18,3	328	
64	0	200	22,3	336	
72	0,0	208	27,1	344	
80	0,1	216	32,9	352	
88	0,1	224	39,6	360	
96	0,3	232	47,4	368	
104	0,5	240	56,4	376	
112	0,9	248	66,5	384	
120	1,5	256	75,5	392	
128	2,2	264	86,6	400	

Графическая иллюстрация выигрыша по показателю $P(t)$ показана на рис. 10.2.

Выполненные расчеты и графики позволяют сделать следующие выводы:

- временное резервирование, как и другие виды резервирования, повышает надежность системы по всем показателям надежности;
- количественная оценка увеличения надежности от введения временного резерва может быть получена численными методами на основе вариации законов распределения, их параметров и величины временного резерва;
- выигрыш от временного резерва для различных показателей различный, но он особенно высок для коэффициента простоя системы;
- выигрыш по вероятности безотказной работы возрастает с течением времени и приближается к стационарному значению, равному 200 %.

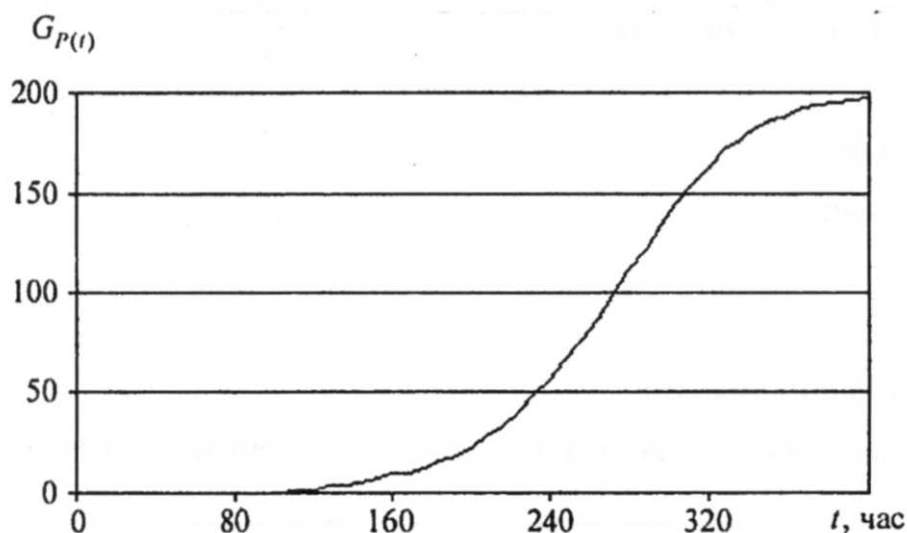


Рис. 10.2. Выигрыш от временного резервирования по вероятности безотказной работы системы

Следует иметь в виду, что большой выигрыш по вероятности безотказной работы достигается тогда, когда вероятность безотказной работы системы мала и нет смысла ее эксплуатировать даже при наличии временного резерва. При практически допустимой вероятности безотказной работы выигрыш не большой и составляет единицы процентов.

Полезно оценивать эффективность временного резервирования выигрышем надежности по вероятности отказа:

$$G_q(t) = \frac{1 - P(t)}{1 - P_{\text{рез.}}(t)},$$

где $1 - P(t)$ - вероятность отказа нерезервированной системы,

$1 - P_{\text{рез.}}(t)$ — вероятность отказа резервированной системы.

Расчеты показывают, что для данного примера выигрыш надежности слабо зависит от t и практически $G_q(t) \leq 2$. С увеличением резерва времени выигрыш существенно возрастает.

В лабораторной работе исследуйте зависимость выигрыша надежности от величины временного резерва.

4. Варианты заданий к лабораторной работе

Выполните анализ влияния временного резервирования на надежность системы в соответствии со своим вариантом задания.

В таблице приняты следующие обозначения законов распределения времени до отказа и времени восстановления:

- R — Рэлея;
- N — нормальный;
- U — равномерное;
- W — Вейбулла;
- Г — гамма;
- TN — усеченно нормальный.

В скобках указаны параметры закона для данного варианта задания.

Вариант	Закон распределения		Резерв времени
	Времени до отказа	Времени восстановления	
1	R(0,006)	N(30; 8)	6
2	N(300; 15)	U(20; 25)	10
3	U(200; 250)	W(2; 22)	4
4	W(2; 220)	Г(3,5; 11)	4
5	Г(3,5; 110)	TN(20; 12)	22
6	TN(200; 12)	Г(3; 12)	7
7	Г(3; 125)	R(0,02)	5
8	R(0,002)	W(1,8; 22)	10
9	W(1,8; 220)	R(0,08)	8
10	R(0,008)	1(3,2; 15)	6
11	Г(3,2; 150)	TN(32; 10)	9
12	TN(320; 30)	U(30; 40)	6
13	U(300; 400)	TN(22; 10)	17
14	TN(220; 10)	N(30; 4)	11
15	N(300; 14)	R(2; 27)	12
16	Г(2; 270)	TN(27; 5)	9
17	TN(270; 15)	W(2,3; 24)	20
18	W(2,3; 240)	U(34; 40)	8
19	U(340; 400)	R(0,04)	15
20	R(0,004)	N(19; 6)	21

Вариант	Закон распределения		Резерв
	Времени до отказа	Времени восстановления	времени
21	$N(190; 6)$	$\Gamma(3; 17)$	11
22	$\Gamma(3; 170)$	$N(40; 13)$	7
23	$N(400; 20)$	$W(3; 20)$	10
24	$W(3; 200)$	$U(15; 20)$	8
25	$U(150; 200)$	$TN(28; 12)$	10
26	$TN(280; 12)$	$N(15; 5)$	12
27	$N(150; 7)$	$\Gamma(2; 30)$	7
28	$\Gamma(2; 300)$	$Exp(0,1)$	12
29	$\Gamma(2; 100)$	$W(2,4; 25)$	3
30	$W(2,4; 250)$	$R(0,06)$	11